

Rozdział 15 Odpowiedzi

Zeskanuj poniższy QR-code, żeby obejrzeć aktualne odpowiedzi, lub zgłosić zauważony błąd.



15.1 Dziedzina funkcji, miejsca zerowe, różnowartościowość, monotoniczność. Rysowanie wykresów.

21.

21.1. $D = \mathbb{R} - \{-2\}$

21.2. $D = \mathbb{R} - \{-4, 0\}$

21.3. $D = \mathbb{R} - \{0, \frac{3}{2}\}$

21.4. $D = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

21.5. $D = \mathbb{R} - \{-5, 5\}$

21.6. $D = \mathbb{R} - \{-1\}$

21.7. $D = \mathbb{R} - \{3\}$

21.8. $D = (-1, +\infty)$

21.9. $D = (3, +\infty)$

21.10. $D = (\frac{3}{5}, +\infty)$

21.11. $D = (-\infty, \frac{3}{2})$

21.12. $D = (\frac{2}{3}, +\infty)$

21.13. $D = (-\infty, 2)$

21.14. $D = (0, +\infty) - \{2\}$

21.15. $D = (0, +\infty) - \{3\}$

21.16. $D = (-\frac{1}{2}, +\infty) - \{0\}$

21.17. $D = \mathbb{R}$

21.18. $D = (1, +\infty)$

21.19. $D = (2, 8)$

22.

22.1. $x_0 \in \{5\}$ 22.2. $x_0 \in \{-4\}$ 22.3. $x_0 \in \{-5, -3\}$ 22.4. $x_0 \in \{-2\}$

23.

23.1. Jest różnowartościowa

23.2. Jest różnowartościowa

23.3. Nie jest różnowartościowa

23.4. Jest różnowartościowa

23.5. Jest różnowartościowa

23.6. Jest różnowartościowa

23.7. Jest różnowartościowa

24.

24.1. Funkcja rosnąca

24.2. Funkcja rosnąca

24.3. Funkcja malejąca

24.4. Funkcja rosnąca

24.5. Funkcja malejąca

24.6. Funkcja malejąca

24.7. Funkcja malejąca

24.8. Funkcja malejąca

24.9. Funkcja niemonotoniczna

24.10. Funkcja malejąca

24.11. Funkcja niemonotoniczna

15.2 Funkcja liniowa, rozwiązywanie równań liniowych i układów równań. Równania i nierówności z wartością bezwzględną.

15.2 Funkcja liniowa, rozwiązywanie równań liniowych i układów równań. Równania i nierówności z wartością bezwzględną.

34.

34.1. Jedno rozwiązanie $x = \frac{5-m}{3}$ dla $m \in \mathbb{R}$

34.2. Jedno rozwiązanie $x = \frac{m+6}{2}$ dla $m \in \mathbb{R}$

34.3. Jedno rozwiązanie $x = \frac{2+m}{m}$ dla $m \in \mathbb{R} - \{0\}$, brak rozwiązań dla $m = 0$

34.4. Jedno rozwiązanie $x = m - 1$ dla $m \in \mathbb{R} - \{-1\}$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = -1$

34.5. Jedno rozwiązanie $x = m + 3$ dla $m \in \mathbb{R} - \{3\}$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 3$

34.6. Jedno rozwiązanie $x = \frac{m+2}{m-2}$ dla $m \in \mathbb{R} - \{2\}$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 2$

34.7. Jedno rozwiązanie $x = \frac{2m+5}{m^2-9}$ dla $m \in \mathbb{R} - \{-3, 3\}$, brak rozwiązań dla $m \in \{-3, 3\}$

34.8. Jedno rozwiązanie $x = \frac{m^2+m-2}{m^2-1}$ dla $m \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$, brak rozwiązań dla $m = -1, 1$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 1$

34.9. Jedno rozwiązanie $x = \frac{n}{2m+4}$ dla $n \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{R} - \{-2\}$, brak rozwiązań dla $m = -2, n \in \mathbb{R} - \{0\}$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = -2, n = 0$

34.10. Jedno rozwiązanie $x = \frac{u}{6-t}$ dla $u \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R} - \{6\}$, brak rozwiązań dla $t = 6, u \in \mathbb{R} - \{0\}$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $t = 6, u = 0$

34.11. Jedno rozwiązanie $x = \frac{ab}{b-1}$ dla $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$, brak rozwiązań dla $b = 1, a \in \mathbb{R} - \{0\}$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $b = 1, a = 0$

34.12. Jedno rozwiązanie $x = \frac{ab}{a+b}$ dla $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} - \{-a\}$, brak rozwiązań dla $b = -a, a \in \mathbb{R} - \{0\}$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $a = b = 0$

35.

35.1. $x \in \{-3, 3\}$

35.2. $x \in \{-6, 2\}$

35.3. $x \in \{1, 12\}$

35.4. $x \in \{3, 15\}$

35.5. $x \in \{-3, -1, 1, 3\}$

35.6. $x \in \{-4, 2\}$

35.7. $x \in \{-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}\}$

35.8. $x \in \{2, 4\}$

35.9. $x \in \{-6, -3, -2, 1\}$

35.10. $x \in \{-9, -3, -1, 7, 9, 15\}$

36.

36.1. $x \in (-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$

36.2. $x \in \langle -4, 2 \rangle$

36.3. $x \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$

36.4. $x \in (-\infty, -2) \cup \langle 3, +\infty \rangle$

36.5. $x \in \langle -\frac{11}{3}, \frac{13}{3} \rangle$

36.6. $x \in (-\infty, -7) \cup (-3, -1) \cup (3, \infty)$

37.

37.1. brak rozwiązań

37.2. brak rozwiązań

37.3. $x \in \{\frac{1}{3}\}$

37.4. $x \in \langle -9, 3 \rangle$

37.5. $x \in \{-5, 3\}$

37.6. $x \in \{-\frac{2}{3}, 8\}$

37.7. brak rozwiązań

37.8. $x \in \{0\}$

38.

38.1.
$$\begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{28}{5} \end{cases}$$

38.2.
$$\begin{cases} x = \frac{34}{9} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

38.3.
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

38.4.
$$\begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases}$$

35.11. $x \in \{-\frac{19}{2}, -\frac{9}{2}, -\frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{17}{2}\}$

36.7. $x \in \langle -3, 5 \rangle$

36.8. $x \in \langle -3, 5 \rangle$

36.9. $x \in \langle -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2} \rangle \cup \langle \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \rangle$

36.10. $x \in (-\infty, -2) \cup \langle 2, 6 \rangle \cup \langle 10, +\infty \rangle$

36.11. $x \in \{1, 5\}$

37.9. $x \in \{-1, 1\}$

37.10. $x \in (-\infty, 0)$

37.11. $x \in (-\infty, -2)$

37.12. $x \in (\frac{2}{3}, \infty)$

37.13. $x \in (-\infty, -12) \cup (20, +\infty)$

37.14. $x \in \langle -1, 5 \rangle$

37.15. $x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$

38.5.
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \\ z = 8 \end{cases}$$

38.6.
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = 7 \end{cases}$$

38.7.
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = 1 \end{cases}$$

15.2 Funkcja liniowa, rozwiązywanie równań liniowych i układów równań. Równania i nierówności z wartością bezwzględną.

39. $m \in (-\infty, 0)$

41. $m \in (-\infty, \frac{5}{3})$

40. $t \in (-\infty, 6)$

42. $r \in (-\infty, -\frac{5}{4}) \cup (-\frac{1}{6}, \infty)$

43.

43.1. Dla $m \in \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$ układ oznaczony $\begin{cases} x = \frac{3(2m-1)}{2m-3} \\ y = \frac{4}{2m-3} \end{cases}$, dla $m = \frac{3}{2}$ układ sprzeczny

43.2. Dla $m \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ układ oznaczony $\begin{cases} x = \frac{m}{m^2-1} \\ y = \frac{2-m^2}{m^2-1} \end{cases}$, dla $m \in \{-1, 1\}$ układ sprzeczny

43.3. Dla $m \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ układ oznaczony $\begin{cases} x = \frac{1}{m+1} \\ y = \frac{1}{m+1} \end{cases}$, dla $m = 1$ układ nieoznaczony, dla $m = -1$ układ sprzeczny

43.4. Dla $m \in \mathbb{R} - \{1\}$ układ oznaczony $\begin{cases} x = \frac{m^2+m}{(m-1)^2} \\ y = \frac{m^2-3m}{(m-1)^2} \end{cases}$, dla $m = 1$ układ sprzeczny

43.5. Dla $m \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ układ oznaczony $\begin{cases} x = \frac{2m^2-12}{m^2-4} \\ y = \frac{m}{m^2-4} \end{cases}$, dla $m \in \{-2, 2\}$ układ sprzeczny

43.6. Dla $m \in \mathbb{R} - \{0\}$ układ oznaczony $\begin{cases} x = \frac{m+1}{2} \\ y = \frac{m-1}{2} \end{cases}$, dla $m = 0$ układ nieoznaczony

44.

44.1. $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$

44.4. $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

44.2. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

44.5. układ sprzeczny

44.6. $\begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

44.3. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}, \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$

15.2.1 Z Matur

45. $x \in \langle -3, 1 \rangle$

49. $x \in (-\infty, -7) \cup \langle -1, \frac{11}{3} \rangle$

46. $x \in (-\infty, -\frac{5}{3}) \cup \langle 1, \infty \rangle$

50. $x \in (-\infty, -5) \cup \langle 6, \infty \rangle$

47. $x \in (-\infty, -1) \cup \langle 7, \infty \rangle$

51. $Z_W = (-\infty, -2) \cup \langle 2, \infty \rangle$

48. $x \in (-\infty, 2)$

52. $x \in \langle -7, -5 \rangle \cup \langle \frac{13}{3}, \infty \rangle$

53. $x \in (-\infty, -4) \cup \langle \frac{16}{3}, \infty \rangle$

54. $x \in \langle -4, 3 \rangle$

55. $x \in (-\infty, 1) \cup \langle 3, \infty \rangle$

56. $x \in \langle -8, -2 \rangle$

57. $x \in (-\infty, 3)$

58. $x \in \{-13, 5\}$

59. $x \in \{-10, 2\}$

60. $x \in \langle -\frac{9}{2}, \frac{11}{2} \rangle$

61. $a \in (-2, -1) \cup (3, 4)$

15.3 Funkcja kwadratowa

62. Wykresy sprawdź, wykorzystując np. aplikację Photomath

63. Wykresy sprawdź, wykorzystując np. aplikację Photomath

64.

64.1. $y = (x+3)^2 - 1$

64.2. $y = (x+1)^2 - 1$

64.3. $y = (x-2)^2 - 1$

64.4. $y = (x-4)^2 - 4$

64.5. $y = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

64.6. $y = 2(x+1)^2 - 7$

64.7. $y = -3(x+2)^2 + 9$

64.8. $y = 5(x - \frac{2}{5})^2 + \frac{6}{5}$

64.9. $y = \frac{1}{2}(x+4)^2 - 4$

64.10. $y = -\frac{3}{2}(x+3)^2 + \frac{31}{2}$

65.

65.1. $y = 3x^2 - 12x + 14$

65.2. $y = \frac{1}{2}x^2 + 7x + \frac{51}{2}$

65.3. $y = x^2 + 6x + 9$

65.4. $y = x^2 + 2x + 2$

65.5. $y = 2x^2 - 12x + 21$

65.6. $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{23}{8}$

65.7. $y = -3x^2 + 12x - 14$

65.8. $y = 2x^2 - 8x + 10$

65.9. $y = -2x^2 + 8x - 10$

66.

66.1. $y = (x+2)(x+3)$

66.2. $y = (x+2)(x+4)$

66.3. $y = x(x+2)$

66.4. $y = (x-3)(x-1)$

66.5. $y = (x-2)(x-6)$

66.6. $y = 3(x+3)(x-1)$

66.7. $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$

66.8. $y = -2(x+3)(x-1)$

66.9. $y = -\frac{2}{3}(x+5)(x-1)$

66.10. $y = -\frac{1}{2}x(x+10)$

66.11. Brak postaci iloczynowej

66.12. Brak postaci iloczynowej

15.3 Funkcja kwadratowa

67.

$$67.1. \quad y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 6 = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$$

$$67.2. \quad y = 3\left(x + 2 - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\left(x + 2 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 3x^2 + 12x + 8$$

$$67.3. \quad y = (x+4)(x-3) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$$

$$67.4. \quad y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}, \text{ brak postaci iloczynowej}$$

$$67.5. \quad y = -(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

$$67.6. \quad y = -x^2 + 21x + 162 = -\left(x - \frac{21}{2}\right)^2 + \frac{1089}{4}$$

$$67.7. \quad y = 2x^2 - 32x + 56 = 2(x - 14)(x - 2)$$

$$67.8. \quad y = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{19}{2} = -2\left(x - \frac{3 - \sqrt{19}}{2}\right)\left(x - \frac{3 + \sqrt{19}}{2}\right)$$

68. Rysunki sprawdź wykorzystując np. WolframAlpha

69.

69.1. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, 0)$, dwa rozwiązania dla $m \in \{0\} \cup (1, +\infty)$, trzy rozwiązania $m \in \{1\}$, cztery rozwiązania dla $m \in (0, 1)$

69.2. Dwa rozwiązania dla $m \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$, trzy rozwiązania dla $m \in \{-1, 1\}$, cztery rozwiązania dla $m \in (-1, 1)$

69.3. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$, dwa rozwiązania dla $m \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \cup \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$, trzy rozwiązania dla $m \in \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$, cztery rozwiązania dla $m \in (-\sqrt{3}, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \sqrt{3})$

69.4. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, -1)$, dwa rozwiązania dla $m \in \{-1\} \cup (8, +\infty)$, trzy rozwiązania dla $m \in \{8\}$, cztery rozwiązania $m \in (-1, 8)$

70. Wykresy sprawdź, wykorzystując np. aplikację Photomath

71. $b = 1, c = 2$

72.

$$72.1. \quad y = -2x^2 + x - 2$$

$$72.2. \quad y = x^2 - 5x + 3$$

73. $y = 2x^2 - 8x + 6$

74. $y = x^2 - 8x + 20$

75.

$$75.1. \quad y = -4x^2 + 16x - 12$$

$$75.3. \quad y = -x^2 + 2x - 1 \text{ lub } y = -\frac{1}{4}x^2 - x - 1$$

$$75.2. \quad y = 2x^2 - 16x + 32$$

$$75.4. \quad y = 2x^2 + 12x + 18$$

76.

76.1. $y = x^2 + 3x + 2$

76.2. $y = x^2 + 3x + 2$ lub $y = x^2 - 3x + 2$

76.3. $y = x^2 + 3x + 2$ lub $y = x^2 - 3x + 2$

77.

77.1. $x \in \{-2, 2\}$

77.2. $x \in \{-3, 3\}$

77.3. brak rozwiązań

77.4. $x \in \left\{-\frac{\sqrt{15}}{5}, \frac{\sqrt{15}}{5}\right\}$

77.5. $x \in \{0, 4\}$

77.6. $x \in \{0, \frac{3}{2}\}$

77.7. $x \in \{-21, 0\}$

77.8. $x \in \{-2, \frac{2}{3}\}$

77.9. $x \in \{-\frac{4}{7}, \frac{6}{7}\}$

77.10. $x \in \{-9, 11\}$

77.11. $x \in \{-\frac{7}{5}, \frac{11}{5}\}$

78.

78.1. $x \in \{3, \frac{7}{2}\}$

78.2. $y \in \{\frac{1}{2}\}$

78.3. $y \in \{2\}$

78.4. $x \in \{-11, 1\}$

78.5. $x \in \{-3\}$

78.6. $x \in \{1\}$

78.7. $x \in \{-4, -1, 1, 4\}$

78.8. $x \in \{-1\}$

78.9. $x \in \{2, 3\}$

78.10. $x \in \{-\sqrt{6}, -2, 2, \sqrt{6}\}$

79.

76.4. $y = x^2 + 6x + 8$

76.5. $y = x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

77.12. $x \in \{3, 7\}$

77.13. $x \in \{-2 - \sqrt{11}, -2 + \sqrt{11}\}$

77.14. $x \in \{\frac{1}{2}, 6\}$

77.15. $x \in \{\frac{8}{3}, 3\}$

77.16. $x \in \{\frac{4}{3}\}$

77.17. $x \in \{\frac{1}{5}\}$

77.18. brak rozwiązań

77.19. $x \in \{6 - \sqrt{26}, 6 + \sqrt{26}\}$

77.20. $x \in \{1, 2\}$

77.21. brak rozwiązań

78.11. $x \in \langle -3, -2 \rangle \cup \langle 2, 3 \rangle$

78.12. $x \in \{4\}$

78.13. $x \in \{3\}$

78.14. $x \in \{-8\}$

78.15. $x \in \{-\frac{1}{3}\}$

78.16. $x \in \{\frac{1}{2}\}$

78.17. $x \in \{-1\}$

78.18. $x \in \{-1, 3\}$

78.19. brak rozwiązań

78.20. $x \in \{16\}$

15.3 Funkcja kwadratowa

- 79.1. $x \in (0, \frac{1}{2})$
- 79.2. $x \in (-\infty, 0) \cup (5, \infty)$
- 79.3. $x \in (-\infty, -4) \cup (2, \infty)$
- 79.4. $x \in \{-5\}$
- 79.5. $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{3}\}$
- 79.6. $x \in (-\infty, -3) \cup (1, \infty)$
- 79.7. brak rozwiązań
- 79.8. $x \in (-1 - \sqrt{13}, -1 + \sqrt{13})$
- 79.9. $x \in (-\infty, \frac{3}{2}) \cup (3, \infty)$
- 79.10. brak rozwiązań
- 80.
- 80.1. $x \in (-\infty, -3) \cup (-2, -1) \cup (6, \infty)$
- 80.2. $x \in (-5, 3 + 2\sqrt{2})$
- 80.3. $x \in (0, 4)$
- 80.4. $x \in (-\infty, 1) \cup (5, \infty)$
- 80.5. $x \in (-2, 2)$
- 80.6. $x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
- 80.7. $x \in (6, \infty)$
- 80.8. $x \in (\frac{5}{2}, 3)$
- 81.
- 81.1. Brak rozwiązań dla $m \in (-\frac{1}{2}, \frac{11}{2})$, jedno rozwiązanie dla $m \in \{-\frac{1}{2}, \frac{11}{2}\}$, 2 rozwiązania dla $m \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{11}{2}, \infty)$
- 81.2. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$, jedno rozwiązanie dla $m \in \{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$, 2 rozwiązania dla $m \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \setminus \{0\}$
- 81.3. Brak rozwiązań dla $m \in (-1, 0)$, jedno rozwiązanie dla $m \in \{-1, 0, 3\}$, 2 rozwiązania dla $m \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty) \setminus \{3\}$
- 81.4. Brak rozwiązań dla $m \in (-3, \frac{1}{2})$, jedno rozwiązanie dla $m \in \{-3, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$, 2 rozwiązania dla $m \in (-\infty, -3) \cup (\frac{1}{2}, \infty) \setminus \{\frac{3}{2}\}$
- 81.5. Jedno rozwiązanie dla $m \in \{-\frac{1}{2}, 0\}$, 2 rozwiązania dla $m \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}, 0\}$
- 81.6. Brak rozwiązań dla $m \in (-\frac{10}{3}, 1)$, jedno rozwiązanie dla $m \in \{-\frac{10}{3}, 1, 5\}$, 2 rozwiązania dla $m \in (-\infty, -\frac{10}{3}) \cup (1, \infty) \setminus \{5\}$
- 82.
- 82.1. a) $m \in (-\infty, -\frac{5}{2})$, b) $m \in (-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{11}{2}, \infty)$, c) $m \in (-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$, d) $m \in (\frac{11}{2}, \infty)$
- 82.2. a) $m \in (-\infty, -\frac{1}{2})$, b) $m \in (-\frac{1}{2}, 0) \cup (4, \infty)$, c) $m \in (4, \infty)$, d) $m \in (-\frac{1}{2}, 0)$
- 82.3. a) $m \in (0, 1)$, b) $m \in (1, \infty)$, c) $m \in (1, \infty)$, d) brak rozwiązań
- 82.4. a) $m \in (-\sqrt{5}, \sqrt{5})$, b) $m \in (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, 3)$, c) $m \in (\sqrt{5}, 3)$, d) $m \in (-\infty, -\sqrt{5})$
- 82.5. a) brak rozwiązań, b) $m \in (-\frac{4}{3}, \infty)$, c) $m \in (-\frac{4}{3}, \infty)$, d) brak rozwiązań
- 82.6. a) $m \in (0, \frac{3}{4})$, b) $m \in (-\infty, -\frac{4}{3}) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$, c) $m \in (-\infty, -\frac{4}{3})$, d) $m \in (\frac{3}{4}, +\infty)$

- 82.7. a) brak rozwiązań, b) $m \in (-7, 1)$, c) $m \in (-7, 1)$, d) brak rozwiązań
- 82.8. a) $m \in (-1, 3)$, b) $m \in (-\infty, -1) \cup (3, \frac{7}{2})$, c) $m \in (3, \frac{7}{2})$, d) $m \in (-\infty, -1)$
83. $r \in \left\{-\frac{125}{8}, \frac{27}{8}\right\}$ 100. $a \in (-\infty, -3) \cup (1, \infty)$
84. $k = \frac{2}{3}$ 101. $m \in \langle 2, 10 \rangle$
85. $m = -15$ 102. Wskazówka: oblicz Δ i korzystając z założenia wykaż, że nie osiąga ona wartości ujemnych
86. $k = 31$
87. $m \in (-1, 4) - \{0\}$ 103. 45
88. $k \in (\frac{5}{3}, 2)$ 104. 18
89. $k \in (\frac{11}{9}, +\infty)$ 105. 14, 21
90. brak rozwiązań 106. 8, 10, 12
91. $m \in (2\sqrt{2}, \frac{11}{3})$ 107. 24, 36
92. $m \in (0, \frac{7}{16})$ 108. $\frac{a}{2} + \frac{a}{2}$
93. $t \in (-\infty, -\frac{2}{9}) \cup (2, \infty)$ 109. kwadrat o boku $\frac{l}{4}$
94. $m \in (7, \infty)$ 110. Prostokąt z kawałka $\frac{840}{122}m$, kwadrat z kawałka $\frac{380}{122}m$.
95. $w \in (-1 - \sqrt{5}, -3) \cup (1, -1 + \sqrt{5})$ 111. 200 zł
96. $k = 6 + 2\sqrt{10}$ 112. 1584zł, dochód 313632zł
97. $m = -2\sqrt{3}$
98. $p \in (-2, -\frac{2}{9})$
99. $s \in \{-1, 11\}$

15.3.1 Z matur

113. $m \in (-3, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, 3)$ 114. $m \in (-1, 4)$
115. Nie ma rozwiązań dla $m \in (-\infty, -4)$, dwa rozwiązania dla $m \in (0, \infty) \cup \{-4\}$, trzy rozwiązania dla $m = 0$, cztery rozwiązania dla $m \in (-4, 0)$.
116. $m \in (0, 1) \cup (2, 3)$ 120. $m \in \{-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\}$
117. $m \in (-24, -10 - 4\sqrt{6}) \cup (-10 + 4\sqrt{6}, 4)$ 121. $m \in \langle 0, 3 - \sqrt{7} \rangle$
118. -1, 0, 1, 2 122. $m \in (-1, -\frac{2}{5}) \cup (2, 5)$
119. $m \in \{-\sqrt{14}, \sqrt{14}\}$ 123. $m = -3$

15.4 Wielomiany

$$124. m \in \left(\frac{5}{18}, \frac{1}{2}\right)$$

$$125. \frac{7}{39}$$

$$126. m = \frac{12 + \sqrt{109}}{5}$$

$$127. m \in (0, 1) \cup \left(1, \frac{1 + \sqrt{2}}{2}\right)$$

$$128. m \in \{-4, -5, -6, \dots\}$$

$$129. m \in \left\{\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right\}$$

$$130. m \in \left(-\frac{1}{6}, 0\right) \cup \left(4, \frac{9}{2}\right)$$

$$131. m \in \left(\frac{19}{5}, 4\right)$$

$$132. m \in \left(-\frac{13}{2}, -6\right) \cup \left(-6, -\frac{11}{2}\right)$$

$$133. m \in (-\infty, -2)$$

$$134. m \in (-\infty, -3) \cup \left(\frac{3}{5}, \frac{3}{4}\right)$$

$$135. m \in \left(-\frac{1}{4}, 0\right) \cup (2, \infty)$$

$$136. m \in (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, 4)$$

$$137. m \in \left\{-\frac{9}{5}, \frac{1}{4}\right\}$$

15.4 Wielomiany

138.

$$138.1. x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$138.2. x^4 + 4x^2 + x - 5$$

$$138.3. 10x^6 + 5x^4 + 49x^3 + 7x + 49$$

$$138.4. 5x^7 + 45x^5 + 12x^4 + 10x^3 + 63x^2 + 7x + 14$$

$$138.5. 7x^7 + 35x^6 + 29x^5 + 26x^4 + 88x^3 + 57x^2 + 16x + 28$$

$$138.6. 5x^7 + 45x^6 + 20x^5 + 22x^4 + 143x^3 + 28x^2 + 21x + 11$$

$$138.7. 15x^7 + 60x^5 + 36x^4 - 75x^3 + 84x^2 + 21x - 105$$

139.

$$139.1. x^2 - 2x + 4$$

$$139.2. x^2 - x + 1$$

$$139.3. 16x^3 + 4x^2 - 8x + 4$$

$$139.4. 3x^3 + 2x - 1$$

$$139.5. x + \frac{1}{2}$$

$$139.6. x^3 + 2x$$

$$139.7. x^3 + x^2 + 5$$

$$139.8. x^2 + 3, \text{ reszta } 3x + 5$$

$$139.9. x^5 + x^3 + 3, \text{ reszta } 3x^2 - x - 6$$

$$139.10. x^5 + 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10, \text{ reszta } 7x + 22$$

$$140. a = \frac{13}{3}, b = -\frac{10}{3}$$

$$141. a = -\frac{11}{4}, b = \frac{21}{4}, c = -\frac{1}{2}$$

$$142. \begin{cases} a = -4 \\ b = 8 \\ c = -2 \\ d = 2 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} a = 4 \\ b = 0 \\ c = 2 \\ d = -2 \end{cases}$$

$$143. \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \\ c = 1 \\ d = 0 \\ e = 0 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 1 \\ d = 0 \\ e = 0 \end{cases}$$

144.

144.1. 227

144.2. -415

144.3. 23

145. $m \in \{-1, 0\}$

146. $m \in (-\infty, \frac{-1-\sqrt{17}}{4}) \cup (\frac{-1+\sqrt{17}}{4}, \infty)$

147.

147.1. $a = -3, b = 5$

147.2. $a = -\frac{13}{6}, b = -\frac{25}{6}$

148.

148.1. $a = 1, b = -16$

148.2. $a = 2, b = -12$

148.3. $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$

148.4. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \end{cases}$

149.

149.1. Jest jednokrotnym

149.2. Nie jest

149.3. Jest trzykrotnym

149.4. Jest podwójnym

150.

150.1. $\begin{cases} e = 6 \\ r = -4 \\ t = -8 \end{cases}$

150.2. $\begin{cases} e = -4 \\ r = 4 \\ t = 3 \end{cases}$

151.

151.1. $x \in \{-4, -2, 0\}$

151.2. $x \in \{-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1\}$

151.3. $x \in \{-4, \sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

151.4. $x \in \{\frac{3}{2}\}$

151.5. $x \in \{-\frac{5}{3}, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

151.6. $x \in \{-1\}$

151.7. $x \in \{-1, \frac{1}{3}, 3\}$

151.8. $x \in \{\frac{2}{3}\}$

151.9. $x \in \{-\frac{5}{3}, -1\}$

151.10. $x \in \{-1, -\frac{4}{3}, 1\}$

15.4 Wielomiany

151.11. $x \in \{-2, 2\}$

151.12. $x \in \{-\sqrt{6}, 0, \sqrt{6}\}$

152.

152.1. $x \in \{-6, -4, -2\}$

152.2. $x \in \{-5, 2\}$

152.3. $x \in \{-3, -2, 1\}$

152.4. $x \in \{-3, -2, 1, 4\}$

152.5. $x \in \{-2, -1, 1, 2, 3\}$

152.6. $x \in \{-1, 2\}$

152.7. $x \in \{-1, \frac{1}{2}, 1\}$

152.8. $x \in \{-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$

153.

153.1. $x \in (-5, 3) - \{-1\}$

153.2. $x \in \{-6\} \cup (-2, 7)$

153.3. $x \in (3, \infty)$

153.4. $x \in (-\infty, -3) \cup \langle -\frac{1}{2}, 4 \rangle$

153.5. $x \in \{-\frac{3}{2}\} \cup \langle \frac{1}{3}, 4 \rangle$

151.13. $x \in \{-4, -1, 0, 1, 4\}$

151.14. $x \in \{-\frac{3}{2}, -1, 1\}$

152.9. $x \in \{-1\}$

152.10. $x \in \{2, 3\}$

152.11. $x \in \{0, 1\}$

152.12. $x \in \{-\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}\}$

152.13. $x \in \{-6, 6\}$

152.14. $x \in \{-2, 1, 5\}$

152.15. $x \in \{-3, -1, 1, 3\}$

153.6. $x \in (-1, 1) - \{0\}$

153.7. $x \in (-1, 1) \cup (\frac{7}{2}, \infty)$

153.8. $x \in (-2, 2) - \{0\}$

153.9. $x \in (-\infty, -4) \cup \{-1\} \cup (2, \infty)$

153.10. $x \in (0, 8) - \{4\}$

154. 452

155. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, lub $\begin{cases} x = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$, lub $\begin{cases} x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

156. Wskazówka: znajdź pierwiastek całkowity i sprowadź wielomian do postaci iloczynowej

157. $k \in (-\infty, 2)$

158.

158.1. $m \in (-\infty, -\frac{2\sqrt{3}}{3}) \cup (1, \infty)$

158.4. $m \in \{-1\}$

158.2. brak rozwiązań

158.5. $m \in \langle -\frac{2\sqrt{3}}{3}, -1 \rangle$

158.3. $m \in (-1, 1)$

159. Brak rozwiązań dla $a \in (-\infty, -16)$, dwa rozwiązania dla $a \in (0, \infty)$, trzy rozwiązania dla $a \in \{0\}$, cztery rozwiązania dla $a \in (-16, 0)$

160. $a \in \{1\}$

161. Wskazówka: wykorzystaj schemat Hornera, lub zapisz wielomian w postaci iloczynowej.

162. $m \in (2, \infty)$

$$163. \begin{cases} a = \frac{8}{3} \\ b = -16 \\ c = \frac{88}{3} \\ d = -16 \end{cases}$$

$$164. \begin{cases} a = -7 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases}, x \in (3, \infty)$$

165. Wskazówka: wykorzystaj twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych

166. Wskazówka: spróbuj zapisać wielomian jak sumę kwadratów wyrażeń

167. Wskazówka: spróbuj zapisać wielomian jak sumę kwadratów wyrażeń

15.4.1 Z Matur

168. $a = -5, b = 9$

169. Wskazówka: spróbuj przedstawić $W(x)$ jako $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, gdzie $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ i doprowadź do sprzeczności.

170. $x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

171. $a = -8$ i $b = 22$, lub $a = 8$ i $b = 10$

172. $m = 6, x_1 = -2, x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = 3$

173. Wskazówka: zapisz $W(x)$ w postaci iloczynowej.

174. $m \in \{-3, 0\}$

175. $m = 1, x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{3}, x_3 = \frac{1}{2}$

176. $(a, b, c) = (-12, 39, -28)$, lub $(a, b, c) = (-3, -6, 8)$, lub $(a, b, c) = (6, 3, -10)$

177. $x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 5$

178. $m = -4$

179. $a = -5, b = 30$, pozostałe pierwiastki: $x_2 = 2, x_3 = -\frac{5}{2}$

180. $x \in (\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{2}{3}) \cup (\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \infty)$

15.5 Funkcja wymierna

181. Dowód

182. $x \in (-4, -2) \cup (3, \infty)$

15.5 Funkcja wymierna

183.

$$183.1. \frac{3x^2+20}{4x}$$

$$183.2. \frac{2x^2+2x+8}{x^2+x-2}$$

$$183.3. \frac{-13x^2-13x+3}{2x^2-3x-2}$$

$$183.4. \frac{-2x^2-2x-4}{(x+1)^2}$$

$$183.5. \frac{3x^2-3x+2}{x^2}$$

$$183.6. \frac{2x^2+5x+7}{x^2+2x}$$

$$183.7. \frac{3x^2-73x+180}{x(x-5)^2}$$

$$183.8. \frac{x^2+3x+1}{x^2-4}$$

$$183.9. \frac{3x^2+3x+54}{x^3-3x^2-9x+27}$$

$$183.10. \frac{2x-4}{x+1}$$

$$183.11. \frac{2x^2-16x+14}{x+2}$$

184.

$$184.1. x \in \{-\frac{1}{2}, 3\}$$

$$184.2. x \in \{-\frac{5}{2}, 2\}$$

$$184.3. x \in \{\frac{2}{5}, 3\}$$

$$184.4. x \in \{3\}$$

$$184.5. x \in \{1\}$$

$$184.6. x \in \{\frac{3}{2}\}$$

$$184.7. x \in \{3 - \sqrt{6}, 3 + \sqrt{6}\}$$

$$184.8. x \in \{\frac{7}{3}, \frac{11}{3}\}$$

$$184.9. x \in \{-\frac{8}{5}, \frac{18}{5}\}$$

$$184.10. x \in \{\frac{13}{6}, \frac{17}{4}\}$$

$$184.11. x \in \{1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6}\}$$

185.

$$185.1. x \in \{\frac{2+\sqrt{2}}{2}\}$$

$$185.2. x \in \{\sqrt{5}\}$$

$$185.3. x \in \{2\}$$

$$185.4. x \in \{-1\}$$

$$185.5. x \in (0, 1)$$

$$185.6. x \in \{-\frac{7}{3}, 5\}$$

$$185.7. x \in \{\frac{1}{2}\}$$

$$185.8. x \in \{\frac{1}{2}\}$$

186.

$$186.1. \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$186.2. \begin{cases} x = -7 \\ y = 3 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -1 \end{cases}$$

$$186.3. \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = \frac{36}{5} \\ y = 5 \end{cases}$$

$$186.4. \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$186.5. \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = -3 \\ y = 6 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 3 \\ y = -6 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$186.6. \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

187.

187.1. $x \in (-\infty, -1) \cup (0, 1)$

187.2. $x \in (-2, 2) \cup (6, \infty)$

187.3. $x \in (-1, 0)$

187.4. $x \in (-1, 0)$

187.5. $x \in (-3, 4)$

187.6. $x \in (1, \frac{11}{7}) \cup (2, \infty)$

187.7. $x \in (0, 1) \cup (2, \infty)$

187.8. $x \in (-1, 1) - \{0\}$

187.9. $x \in (-\infty, -3) \cup (-2, -1)$

187.10. $x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$

187.11. $x \in (-\infty, -2) \cup (-1, 0) \cup (0, 7)$

187.12. $x \in (-1, 0) \cup (\frac{1}{2}, 1) \cup (2, \infty)$

187.13. $x \in (\frac{2}{3}, 1) \cup (2, 3)$

187.14. $x \in (-1, 2) \cup (2, 5)$

188.

188.1. $x \in (-\infty, -\frac{9}{2}) \cup (-\frac{7}{6}, \infty)$

188.2. $x \in (-2, 0)$

188.3. $x \in (0, \frac{8}{5}) \cup (\frac{5}{2}, \infty)$

188.4. $x \in (-5, -4) \cup (-2, \sqrt{3} - 2)$

188.5. $x \in (-1, \sqrt{2})$

188.6. $x \in (\frac{12}{25}, \frac{1}{2})$

188.7. $x \in (-4, -2) \cup (2, 4)$

188.8. $x \in (-\infty, 3)$

189. Wykresy sprawdź np. w WolframAlpha, lub w apce PhotoMath.

190. $D = \mathbb{R}, ZW = (-1, 1), x_0 \in \{0\}, f \geq 0$ dla $x \geq 0$, f jest rosnąca dla $x \in \mathbb{R}$.

191. Wykresy sprawdź np. w WolframAlpha, lub w apce PhotoMath.

192.

192.1. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, 0)$, 1 rozwiązanie dla $m \in \{0, 1\}$, 2 rozwiązania dla $m \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ 192.2. Brak rozwiązań dla $m \in (0, 1)$, 1 rozwiązanie dla $m \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$, 2 rozwiązania dla $m \in (-1, 0)$.

15.6 Trygonometria

192.3. Brak rozwiązań dla $m \in \langle 0, \infty \rangle$, dwa rozwiązania dla $m \in (-\infty, 0)$

192.4. Brak rozwiązań dla $m \in \langle -1, 1 \rangle$, jedno rozwiązanie dla $m \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

193. $k \in (-\infty, -4) \cup \langle 4, \infty \rangle$

194. $d \in (-\infty, \frac{2}{3}) \cup (2, \frac{5}{2})$

195. $m \in (-\infty, -1) \cup (\frac{1-\sqrt{17}}{4}, 0) \cup (0, 1) \cup (\frac{1+\sqrt{17}}{4}, \infty)$

196. $m \in \langle -2, 2 \rangle$

198. $k \in (-\infty, 0)$

197. $m \in (-\infty, -1) \cup \langle 0, 1 \rangle$

199. $m \in (-\frac{1}{2}, 0)$

200. Większa koparka 15 godzin, zaś mniejsza 60 godzin.

201. Odpowiednio 6, 9, 18 godzin.

202. 180 kilometrów.

203. Jeden z nich 20, drugi 30 godzin.

204. 16 dni, codziennie pokonywał 50 kilometrów.

15.6 Trygonometria

205.

$$205.1. \begin{cases} \cos x = -\frac{12}{13} \\ \operatorname{tg} x = \frac{5}{12} \\ \operatorname{ctg} x = \frac{12}{5} \end{cases}$$

$$205.2. \begin{cases} \sin x = \frac{8}{17} \\ \cos x = -\frac{15}{17} \\ \operatorname{ctg} x = -\frac{15}{8} \end{cases}$$

$$205.3. \begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \\ \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \operatorname{ctg} x = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

206.

206.1. $-\frac{1}{4}$

206.3. $\frac{5\sqrt{2}}{8}$

206.2. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

206.4. $\frac{7}{8}$

207.

207.1. Jest dla ustalonej dziedziny

207.5. Nie jest

207.2. Jest dla ustalonej dziedziny

207.6. Jest dla ustalonej dziedziny

207.3. Jest dla ustalonej dziedziny

207.7. Jest dla ustalonej dziedziny

207.4. Jest dla ustalonej dziedziny

207.8. Jest dla ustalonej dziedziny

208.

208.1. $-\frac{1}{3}$

208.2. $-\frac{1}{2}$

209.

209.1. Nie jest

209.3. Jest dla ustalonej dziedziny

209.2. Jest dla ustalonej dziedziny

209.4. Jest dla ustalonej dziedziny

210.

210.1. Dowód

210.2. Wskazówka: pomnóż i podziel lewą stronę równości przez $2\sin(\frac{\pi}{5})$

210.3. Wskazówka jak wyżej

210.4. Dowód

211.

211.1. Jest to tożsamość

211.2. Jest to tożsamość

211.3. Nie jest to tożsamość (dziedzina lewej i prawej strony nie jest zgodna, chociaż lewa strona przekształca się w prawą)

211.4. Jest to tożsamość

211.5. Jest to tożsamość

211.6. Jest to tożsamość

211.7. Jest to tożsamość

211.8. Nie jest to tożsamość (dziedzina lewej i prawej strony nie jest zgodna, chociaż lewa strona przekształca się w prawą)

211.9. Jest to tożsamość

211.10. Nie jest to tożsamość (dziedzina lewej i prawej strony nie jest zgodna, chociaż lewa strona przekształca się w prawą)

211.11. Jest to tożsamość

211.12. Jest to tożsamość

211.13. Jest to tożsamość

212. Wskazówka: podnieś założenie do potęgi 2.

213. Wskazówka: przekształć lewą stronę tezy wykorzystując założenia.

15.6 Trygonometria

214. Wykresy sprawdź, korzystając np. z aplikacji Photomath

215.

$$215.1. Z_w = \langle 2, 4 \rangle$$

$$215.4. Z_w = \langle 4, 5 \rangle$$

$$215.2. Z_w = \langle 3, 5 \rangle$$

$$215.5. Z_w = \langle 0, 4 \rangle$$

$$215.3. Z_w = \langle 3, 5 \rangle$$

216.

216.1. Wartość minimalna -2 , wartość maksymalna 2 .

216.2. Wartość minimalna $-\frac{3}{4}$, wartość maksymalna $\frac{3}{2}$.

216.3. Wartość minimalna 0 , wartość maksymalna $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

216.4. Wartość minimalna $\frac{2}{3}$, wartość maksymalna 6 .

216.5. Wartość minimalna 7 , wartość maksymalna 13 .

217. W każdej odpowiedzi przyjmuję $k \in \mathbb{C}$

$$217.1. x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$$

$$217.2. x = \frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi \text{ lub } x = \frac{5\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi$$

$$217.3. x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$$

$$217.4. x = \frac{\pi}{12} + k\pi \text{ lub } x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \text{ lub } x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \text{ lub } x = \frac{11\pi}{12} + k\pi$$

$$217.5. x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} \text{ lub } x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}$$

$$217.6. x = \frac{\pi}{3} + 4k\pi \text{ lub } x = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi \text{ lub } x = \frac{7\pi}{3} + 4k\pi \text{ lub } x = \frac{11\pi}{3} + 4k\pi$$

$$217.7. x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \text{ lub } x = \frac{\pi}{3} + \frac{2}{3}k\pi$$

$$217.8. x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi \text{ lub } x = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}k\pi$$

$$217.9. x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

$$217.10. x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

$$217.11. x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \text{ lub } x = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$217.12. x = k\pi \text{ lub } x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

$$217.13. x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$217.14. x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$$217.15. x = k\pi \text{ lub } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \text{ lub } x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \\ \text{lub } x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

$$217.16. x = \frac{3\pi}{2} + 6k\pi$$

217.17. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

217.18. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

217.19. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

217.20. $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ lub $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ lub $x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$

217.21. $x = k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$

217.22. $x = 2k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{3} + 4k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi$

217.23. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

217.24. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ lub $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$

217.25. $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

218.

218.1. $x \in (\frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}k\pi, \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}k\pi)$

218.2. $x \in (-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{12} - \frac{1}{2} + \frac{k\pi}{2})$

218.3. $x \in (-\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi, \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi) \cup (\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}k\pi, \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi)$

218.4. $x \in (-\frac{\pi}{6} - \frac{7}{3} + \frac{k\pi}{3}, -\frac{\pi}{9} - \frac{7}{3} + \frac{k\pi}{3}) \cup [\frac{\pi}{9} - \frac{7}{3} + \frac{k\pi}{3}, \frac{\pi}{6} - \frac{7}{3} + \frac{k\pi}{3})$

218.5. $x \in [\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}]$

218.6. $x \in [0 + 2k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi] \cup [\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \pi + 2k\pi]$

218.7. $x \in (\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi) \setminus \{\pi + 2k\pi\}$

218.8. $x \in [-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi] \cup [\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \frac{4\pi}{3} + 2k\pi]$

218.9. $x \in (\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi)$

218.10. $x \in (-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi)$

218.11. $x \in (\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi)$

218.12. $x \in [\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \pi + 2k\pi] \cup [\frac{4\pi}{3} + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi]$

218.13. $x \in [0 + 2k\pi, \frac{\pi}{4} + 2k\pi] \cup (\frac{5\pi}{4} + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi]$

218.14. $x \in \{\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\}$

218.15. $x \in (\frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{3\pi}{4} + 2k\pi) \cup (\frac{5\pi}{4} + 2k\pi, \frac{7\pi}{4} + 2k\pi)$

218.16. $x \in (-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi)$

218.17. $x \in (-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi)$

218.18. $x \in (-\frac{1}{2} + k, k) \cup (\frac{1}{4} + k, \frac{1}{2} + k)$

219.

15.6 Trygonometria

$$219.1. \quad x \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}\right)$$

219.2. brak rozwiązań

$$219.3. \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}\right] \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$$

$$219.4. \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left(\frac{5\pi}{6}, 2\pi\right]$$

$$219.5. \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right]$$

$$219.6. \quad x \in \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right]$$

$$219.7. \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left(\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right]$$

220.

$$220.1. \quad x \in [-4, -\pi) \cup (0, \pi)$$

$$220.2. \quad x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right)$$

$$220.3. \quad x \in \left[\frac{5\pi}{4} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right]$$

$$220.4. \quad x \in \left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$$

221.

$$221.1. \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$221.2. \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi$$

$$221.3. \quad x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$$

$$221.4. \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$$

$$221.5. \quad x = \frac{2\pi}{3} + 4k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{10\pi}{3} + 4k\pi$$

$$221.6. \quad x = \pi + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{4\pi}{3} + 4k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{8\pi}{3} + 4k\pi$$

$$221.7. \quad x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

$$221.8. \quad x = k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

$$221.9. \quad x = \frac{k\pi}{2}$$

$$221.10. \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \quad \text{lub} \quad x = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$$

$$221.11. \quad x = \frac{5\pi}{6} + 5k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{5\pi}{3} + 5k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{10\pi}{3} + 5k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{25\pi}{6} + 5k\pi$$

$$221.12. \quad x = \frac{\pi}{8} + k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{5\pi}{8} + k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{7\pi}{8} + k\pi$$

$$221.13. \quad x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$$

$$221.14. \quad x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

$$221.15. \quad x = k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}$$

$$221.16. \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{lub} \quad x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

221.17. $x = k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$

221.18. $x = k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ lub $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

221.19. $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

221.20. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

221.21. $x = \pi + 4k\pi$

221.22. $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

221.23. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ lub $x = 1$

221.24. $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ lub $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

221.25. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}k\pi$

221.26. $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

221.27. $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ lub $x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

221.28. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$

221.29. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

221.30. brak rozwiązań

222.

222.1. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$ lub $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ lub $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

222.2. $x = k\pi$ lub $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ lub $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

222.3. $x = \frac{k\pi}{2}$ lub $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

222.4. $x = \frac{k\pi}{4}$ lub $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$

222.5. $x = \frac{k\pi}{2}$

222.6. $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ lub $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$

222.7. $x = \frac{k\pi}{2}$ lub $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$

222.8. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$

223.

223.1. $x \in [-\pi, 0] \cup [\pi, 2\pi]$

223.2. $x = k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ lub $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$

223.3. $x = \pi + 2k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

224.

224.1. $x \in (-\pi, -\frac{2\pi}{3}) \cup (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi) \setminus \{0\}$

15.6 Trygonometria

$$224.2. \quad x \in \left(-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}\right)$$

$$224.3. \quad x \in \left(-\frac{5\pi}{6}, -\frac{2\pi}{3}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}, \frac{11\pi}{6}\right)$$

$$224.4. \quad x \in \langle -\pi, \frac{\pi}{3} \rangle \cup \langle \frac{2\pi}{3}, 2\pi \rangle$$

$$224.5. \quad x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{6}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{2}, \frac{17\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{7\pi}{2}, \frac{23\pi}{6}\right)$$

$$224.6. \quad x \in \left(-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right)$$

$$224.7. \quad x \in \left(-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$$

$$224.8. \quad x \in \langle -\pi, \frac{\pi}{6} \rangle \cup \langle \frac{5\pi}{6}, 2\pi \rangle$$

225.

$$225.1. \quad \begin{cases} x = k \\ y = k + \frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} x = k + \frac{3}{4} \\ y = k + 1 \end{cases}$$

$$225.2. \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi - p\pi \\ y = \frac{\pi}{4} + p\pi \end{cases}, \quad \text{gdzie } p, k \in \mathbb{Z}$$

$$225.3. \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + p\pi + k\pi \\ y = \frac{\pi}{6} + k\pi - p\pi \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + p\pi + k\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} + k\pi - p\pi \end{cases}$$

$$226. \quad -\frac{7}{8}$$

$$227. \quad -\frac{9}{4}$$

$$228. \quad \frac{13}{27}$$

$$229. \quad 2, \text{ lub } -\frac{1}{3}$$

230. Dowód

235. Wskazówka: zastanów się jaką wartość musiałaby przyjąć każda z funkcji sinus w równaniu, aby ów równanie było spełnione.

$$236. \quad a \in \langle -\frac{3}{4}, \frac{3}{4} \rangle$$

$$232. \quad a \in \langle -1, 0 \rangle$$

$$233. \quad m \in \langle -\frac{1}{24}, 0 \rangle$$

$$234. \quad a \in \langle -3, 1 \rangle$$

231. Dowód

15.6.1 Z Matur

$$237. \quad x \in \left\{ \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$$

$$238. \quad x \in \left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$$

$$239. \quad x \in \left\{ 0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, 2\pi \right\}$$

$$240. \quad x \in \left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$$

$$241. \quad x \in \left\{ 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\}, \quad \text{gdzie } k \in \mathbb{Z}$$

242. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

243. $x \in \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2} \right\}$

244. $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{4}, \frac{5\pi}{3} \right\}$

245. Dowód

246. $x \in \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \right\}$

247. $x \in \left(\frac{7\pi}{18}, \frac{11\pi}{18} \right) \cup \left(\frac{19\pi}{18}, \frac{23\pi}{18} \right) \cup \left(\frac{31\pi}{18}, \frac{35\pi}{18} \right)$

248. $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$

249. $x \in \left\{ -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6} \right\}$

250. $x \in \left\{ \frac{5\pi}{6}, \pi, \frac{7\pi}{6} \right\}$

251. $x \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6} \right)$

252. $x \in \left(\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right)$

253. $\cos \alpha = \frac{1+\sqrt{7}}{4}, \cos \beta = \frac{-1+\sqrt{7}}{4}$

254. $x \in \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4} \right\}$

255. $x \in \left\{ \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3} \right\}$

256. $x \in \left\{ \frac{5\pi}{12}, \frac{13\pi}{12} \right\}$

257. $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$

258. $x \in \left\{ 0, \frac{7\pi}{18}, \frac{11\pi}{18}, \frac{2\pi}{3} \right\}$

259. $x \in \left\{ -\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right\}$

260. Dowód

261. $x \in \left\{ \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \right\}$

262. $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12} \right\}$

263. $x \in \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

15.7 Ciągi

15.7.1 Ciąg arytmetyczny

264.

15.7 Ciągi

- 264.1. Jest
- 264.2. Nie jest
- 264.3. Jest
- 264.4. Jest
- 264.5. Jest
- 264.6. Jest
- 264.7. Nie jest
- 264.8. Jest
- 265.
- 265.1. $a_8 = 23, a_{13} = 38$
- 265.2. $a_8 = \frac{1}{2}, a_{13} = 3$
- 265.3. $a_8 = -5, a_{13} = -15$
- 265.4. $a_8 = 10, a_{13} = 15$
- 265.5. $a_8 = 23, a_{13} = 44\frac{2}{3}$
- 265.6. $a_8 = 18, a_{13} = 14\frac{1}{4}$
- 266.
- 266.1. $r = -1, a_1 = 10$
- 266.2. $r = 4, a_1 = -27$
- 266.3. $r = \frac{1}{2}, a_1 = 19$
- 266.4. $r = 0, a_1 = 15$
- 266.5. $r = 10, a_1 = 12$
- 266.6. $r = -\frac{1}{4}, a_1 = 52, 5$
- 267.
- 267.1. $n = 42$
- 267.2. $n = 66$
- 267.3. $n = 94$
- 267.4. $n = 647$
- 267.5. $n = 11$
- 267.6. $n = 15$
- 267.7. $n = 6$
- 267.8. $n = 8$
268. 6300
269. 6237
270. Parzyste 6160, nieparzyste 6080
271. Suma podzielnych przez 3: 2574, niepodzielnych: 5016
272. $r = \frac{18}{11}$, wystarczy je wypisać
273. 1665
274. $S_{34} = 493$
275. $a_1 = 13, n = 15$
276. $\begin{cases} a_1 = 5 \\ r = 5 \end{cases}$ lub $\begin{cases} a_1 = \frac{475}{11} \\ r = -\frac{50}{11} \end{cases}$
- 277.
- 277.1. $(-7, -4, -1, 2)$, lub $(-2, 1, 4, 7)$, lub $(\frac{-9-\sqrt{65}}{2}, \frac{-3-\sqrt{65}}{2}, \frac{3-\sqrt{65}}{2}, \frac{9-\sqrt{65}}{2})$,
lub $(\frac{-9+\sqrt{65}}{2}, \frac{-3+\sqrt{65}}{2}, \frac{3+\sqrt{65}}{2}, \frac{9+\sqrt{65}}{2})$
- 277.2. $(-4, -6, -8, -10)$ lub $(10, 8, 6, 4)$ lub $(-10, -8, -6, -4)$ lub $(4, 6, 8, 10)$
- 277.3. $(-2, -3, -4, -5)$ lub $(5, 4, 3, 2)$ lub $(-5, -4, -3, -2)$ lub $(2, 3, 4, 5)$

$$278. \begin{cases} a_1 = -115 \\ r = 16 \end{cases}$$

$$279. \begin{cases} a_1 = 21 \\ r = -3 \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} a_1 = 3 \\ r = 3 \end{cases}$$

$$280. (9, 12, 15) \text{ lub } (15, 12, 9)$$

$$281. x = -3$$

$$282. t = 0, \text{ lub } t = 3$$

$$283. y = 3$$

$$284. r = 2, a_n = 2n - 1$$

$$285. (a, b, c) = (15, 8, 1) \text{ drugie rozwiązanie to } x = -\frac{1}{3}$$

$$286. S_{st} = \frac{st+1}{2}, \text{ wskazówka: wyznacz } a_1 \text{ oraz różnicę ciągu w zależności od parametrów } s, t.$$

$$287. S_{p+q} = -(p+q), \text{ wskazówka: wyznacz } a_1 \text{ oraz różnicę ciągu w zależności od parametrów } p, q.$$

$$288.$$

$$288.1. a_n = 8n - 4$$

$$288.3. a_n = 4n + 1$$

$$288.2. a_n = -2n + 3$$

289. Wskazówka: ciąg arytmetyczny to ciąg w którym różnica między dwoma kolejnymi wyrazami jest stała.

290. Wskazówka: jak wyżej.

$$291. a_4 = 11, n = 7$$

$$292. a_n = 6n - 3$$

293. Wskazówka: skoro (x, y, z) jest ciągiem arytmetycznym to różnica między wyrazami jest stała, dalej z definicji ciąg arytmetyczny to ciąg w którym różnica między dwoma kolejnymi wyrazami jest stała.

15.7.2 Ciąg geometryczny

$$294.$$

15.7 Ciągi

294.1. $a_1 = \frac{1}{2}$

294.2. $a_1 = 15$

295.

295.1. $q = \frac{1}{3}$, lub $q = -\frac{1}{3}$

295.2. $q = 2$

294.3. $a_1 = -9$

294.4. $a_1 = \frac{7}{4}$

295.3. $q = \frac{1}{4}$, lub $q = -\frac{1}{4}$

295.4. $q = \frac{6}{5}$

296.

296.1. $n = 8$

296.2. $n = 4$

296.3. $n = 9$

296.4. $n = 12$

297.

297.1. $a_n = \frac{7}{2} \cdot 4^{n-1}$

297.2. $a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

297.3. $a_n = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1}$, lub $a_n = \frac{1}{2} \cdot (-2)^{n-1}$

297.4. $a_n = 5 \cdot 4^{n-1}$, lub $a_n = 5 \cdot (-4)^{n-1}$, lub $a_n = 1280 \cdot (\frac{1}{4})^{n-1}$, lub $a_n = 1280 \cdot (-\frac{1}{4})^{n-1}$

298. Wskazówka: wykaż że iloraz dwóch kolejnych wyrazów jest stały.

299.

299.1. $a_1 = 8, a_n = 2048$

299.2. $n = 6, a_2 = 5$

299.3. $n = 8, a_n = 8748$

299.4. $n = 7, a_3 = 18, q = 3$

300. $\frac{2}{9}, \frac{4}{81}, \frac{8}{729}$ lub $-\frac{2}{9}, \frac{4}{81}, -\frac{8}{729}$

301. 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, lub -6, 12, -24, 48, -96, 192, -384, 768, -1536

302. $a_n = 7 \cdot 3^8 \cdot (\frac{1}{3})^{n-1} = 7 \cdot (\frac{1}{3})^{n-9}$

303. $a_1 = 1, a_r = 16, a_{ost} = 256$

304. 8, 16, 32, 64, 128 lub 128, 64, 32, 16, 8, lub $\frac{248}{11}, -\frac{496}{11}, \frac{992}{11}, -\frac{1984}{11}, \frac{3968}{11}$, lub $\frac{3968}{11}, -\frac{1984}{11}, \frac{992}{11}, -\frac{496}{11}, \frac{248}{11}$

305. (6, 12, 24), lub (24, 12, 6)

306. (3, 6, 12, 24)

307. (81, 27, 9, 3, 1)

308. $a_n = 3^{n-1}$, lub $a_n = 9 \cdot (\frac{1}{3})^{n-1}$

309. Należy do każdej z nich dodać 2.

310. $(\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27, 81)$
311. Wskazówka: zarówno wyrazy parzyste jak i wyrazy nieparzyste tworzą ciąg geometryczny.
312. Wskazówka: wyznacz iloraz ciągu (b_n) .
313. Wskazówka: jak w 19.
314. Wskazówka: skoro (x, y, z, w) – ciąg geometryczny to można przyjąć, że $y = xq, z = xq^2, w = xq^3$.
315. Wskazówka: ciąg (a, b, c) jest ciągiem geometrycznym, gdy $b^2 = a \cdot c$.

15.7.3 Ciąg arytmetyczny i geometryczny

316. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$, lub $\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$
317. $(-2, 3, 8)$ lub $(\frac{39}{8}, \frac{24}{8}, \frac{9}{8})$
318. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 11 \\ z = 15 \end{cases}$, lub $\begin{cases} x = 22 \\ y = 11 \\ z = 0 \end{cases}$
319. Jeśli wyrazy są różne, to suma arytmetycznego jest większa.
320. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$, lub $\begin{cases} x = -49 \\ y = -21 \end{cases}$
321. Te liczby to $(7, 7, 7)$, lub $(3, 6, 12)$
322. Te liczby to $(2, 5, 8)$, lub $(26, 5, -16)$
323. Te liczby to $(\frac{73}{3}, \frac{73}{3}, \frac{73}{3})$, lub $(1, 8, 64)$
324. Te liczby to $(1, 2, 3)$, lub $(-2, 2, 6)$
325. Liczby (x, y, z) to $(2, 5, 8)$, lub $(8, 5, 2)$
326. $(2, 2, 2)$ i $(2, 2, 2)$ lub $(2, -1, -4)$ i $(-1, 2, -4)$
327. Liczby (a, b, c) to $(8 - 4\sqrt{2}, 8, 8 + 4\sqrt{2})$ lub $(8 + 4\sqrt{2}, 8, 8 - 4\sqrt{2})$
328. Te liczby to $(4, 8, 16)$, lub $(16, 8, 4)$
329. Te liczby to $(4, 12, 36)$, lub $(\frac{4}{9}, -\frac{20}{9}, \frac{100}{9})$
330. Te liczby to $(2, 4, 8, 12)$, lub $(\frac{25}{2}, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2})$
331. Ciąg arytmetyczny tworzą liczby $(24, 15, 6)$, lub $(9, 12, 21)$

15.7 Ciągi

15.7.4 Granica ciągów

332.

332.1. $\frac{2}{3}$	332.8. $+\infty$	332.15. 1
332.2. $\frac{1}{3}$	332.9. 2	332.16. 1
332.3. $-\frac{1}{3}$	332.10. 1	332.17. 0
332.4. 4	332.11. 0	332.18. $\frac{3}{2}$
332.5. $\frac{8}{27}$	332.12. 0	332.19. $+\infty$
332.6. 0	332.13. 1	332.20. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
332.7. $+\infty$	332.14. -1	332.21. -1

333.

333.1. $\frac{13}{3}$	333.4. $\frac{1}{24}$
333.2. 2	333.5. $\frac{73}{6}$
333.3. $\frac{4}{3}$	333.6. $\frac{37}{9}$

334.

334.1. $\frac{1}{4}$	334.2. $\frac{1}{4}$	334.3. $\frac{9}{8}$
----------------------	----------------------	----------------------

15.7.5 Szereg geometryczny

335.

335.1. $S = 3$
335.2. $S = -\frac{4}{7}$
335.3. $S = \frac{12}{5}$
335.4. $S = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$, lub $S = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$
335.5. $S = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$
335.6. $S = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$, lub $S = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

336.

336.1. $x = -\frac{3}{2}$	336.4. $x \in \left(-\frac{1}{2}, 2\right)$
336.2. $x = \frac{9}{2}$	336.5. $x \in (-2, 0)$
336.3. $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$	

337.

337.1. $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $D_f = (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$, $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, 0)$, $f \searrow$ dla $x \in (2, \infty)$

337.2. $f(x) = \frac{x}{2}$, $D_f = (-1, \infty)$, $f \nearrow$ dla $x \in D_f$

337.3. $f(x) = -\frac{1}{2}(x^2 + x - 6)$, $D_f = (-\infty, 1)$, $f \searrow$ dla $x \in (-\frac{1}{2}, 1)$, $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, -\frac{1}{2})$

338. Tak, jest zbieżny

339. Stosunek ten wynosi $\frac{1-q}{q}$

15.7.6 Ciąg rekurencyjny

340.

340.1. $a_8 = -10$

340.3. $a_8 = -131$

340.2. $a_8 = \frac{76}{47}$

340.4. $a_8 = 49$

341.

341.1. $a_n = 3^{n-1}$, $a_6 = 243$

341.3. $a_n = 5$, $a_6 = 5$

341.2. $a_n = 4^{2^{1-n}}$, $a_6 = \sqrt[16]{2}$

341.4. $a_n = 3^{(-1)^{n-1}} \cdot (-1)^{n-1}$, $a_6 = -\frac{1}{3}$

15.7.7 Z matur

342. $(a, b, c) = (26, 5, -16)$, lub $(a, b, c) = (2, 5, 8)$

343. $(a, b, c) = (\frac{14+8\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3}, \frac{14-8\sqrt{3}}{3})$, lub $(a, b, c) = (\frac{14-8\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3}, \frac{14+8\sqrt{3}}{3})$

344. $x_1 = 1$

345. $(a, b, c) = (3, 12, 48)$

346. $(a, b, c) = (4, 12, 36)$, lub $(a, b, c) = (\frac{4}{9}, -\frac{20}{9}, \frac{100}{9})$

347. $n = 37$

348. $(a, b, c) = (33, 11, -11)$, lub $(a, b, c) = (9, 11, 13)$

349. Dowód

350. $a_1 = 10^{100}$

351. $(-3, 6, -12)$, lub $(-\frac{7}{9}, \frac{14}{9}, -\frac{28}{9})$

352. $(a, b, c) = (-2, 3, 8)$

353. $(5, 20, 80)$

15.8 Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

354. Ciąg ten jest malejący, $a_1 = 10$

355. 17

356. $(a, b, c) = (5, 9, 13)$, lub $(a, b, c) = (\frac{31}{2}, 9, \frac{5}{2})$

357. $a_n = 3n + 2$, $b_n = 3 \cdot 5^{n-1}$

358. $n = 15$

359. $(a, b, c) = (4, 11, 18)$, lub $(a, b, c) = (18, 11, 4)$. Ciąg geometryczny $(4, 12, 36)$, lub $(18, 12, 8)$

360. $aq = 3$

361. $\frac{5}{4}$

362. $a_1 = 3$

15.8 Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

15.8.1 Funkcja wykładnicza

363. Sprawdź używając np. aplikacji Photomath

364.

364.1. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, 9)$, jedno rozwiązanie dla $m = 9$, dwa rozwiązania dla $m \in (9, \infty)$

364.2. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, -2)$, jedno rozwiązanie dla $m \in (-2, \infty)$

364.3. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, 0)$, jedno rozwiązanie dla $m \in \{0\} \cup (3, \infty)$, dwa rozwiązania dla $m \in (0, 3)$

364.4. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$, jedno rozwiązanie dla $m \in (\frac{1}{2}, 2)$, nieskończenie wiele rozwiązań dla $m \in \{\frac{1}{2}, 2\}$

364.5. Brak rozwiązań dla $m \in (-\infty, 9)$, jedno rozwiązanie dla $m \in (9, \infty)$, dwa rozwiązania dla $m = 9$

365.

365.1. $x \in \{-13\}$

365.4. brak rozwiązań

365.2. $x \in \{-4, 1\}$

365.5. brak rozwiązań

365.3. $x \in \{0\}$

365.6. $x \in \{24\}$

365.7. brak rozwiązań

365.8. $x \in \{\frac{3}{2}\}$ 365.9. $x \in \{-\frac{3}{2}\}$ 365.10. $x \in \{\frac{2}{3}\}$ 365.11. $x \in \{\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\}$ 365.12. $x \in \{-1, 2\}$ 365.13. $x \in \{0, 1\}$ 365.14. $x \in \{-1, 1\}$

365.15. brak rozwiązań

365.16. $x \in \{2\}$ 365.17. $x \in \{0, 1, 2\}$ 365.18. $x \in \{0, \frac{1}{2}\}$

365.19. brak rozwiązań

365.20. $x \in \{0, 2\}$ 365.21. $x \in \{\frac{9}{2}\}$ 365.22. $x \in \{\log_5 \frac{1}{3} - 2\}$ 365.23. $x \in \{\frac{3}{2}\}$ 365.24. $x \in \{3\}$

366.

366.1. $x \in (0, \frac{3}{2})$ 366.2. $x \in (-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (-2, \infty)$ 366.3. $x \in (-1, 0)$ 366.4. $x \in (-\infty, 0)$ 366.5. $x \in (-\infty, -2)$ 366.6. $x \in (-1, 3)$ 366.7. $x \in (-\infty, 1)$ 366.8. $x \in \mathbb{R}$

366.9. brak rozwiązań

366.10. $x \in (-\infty, 0) \cup (\frac{2}{3}, \infty)$ 366.11. $x \in (-4, -1)$ 366.12. $x \in \{0\} \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

367.

367.1. $x \in (1, \infty)$ 367.2. $x \in (-3, -1) \cup (1, 3) \setminus \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$ 367.3. $x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty) \setminus \{1, 2\}$ 367.4. $x \in (0, \infty)$ 367.5. $x \in (\frac{9}{2}, \infty)$

368. Sprawdź używając np. aplikacji Photomath

369. Dowód

370.

370.1. $x \in \{9\}$ 370.2. $x \in \{2^{54}\}$ 370.3. $x \in \{-4, 4\}$ 370.4. $x \in \{41\}$ 370.5. $x \in \{\frac{7}{2}\}$

370.6. Brak rozwiązań

370.7. $x \in \{2\}$ 370.8. $x \in \{0\}$ 370.9. $x \in \{2, 3\}$ 370.10. $x \in \{\frac{1}{2}\}$ 370.11. $x \in \{\frac{3}{2}, 3\}$

370.12. Brak rozwiązań

15.8 Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

$$370.13. \quad x \in \{5\}$$

$$370.14. \quad x \in \{37\}$$

$$370.15. \quad x \in \{9\}$$

$$370.16. \quad x \in \{7\}$$

$$370.17. \quad x \in \{14\}$$

$$370.18. \quad x \in \{7, 15\}$$

$$370.19. \quad x \in \{8\}$$

$$370.20. \quad x \in \left\{ \frac{28 + \sqrt{238}}{21} \right\}$$

$$370.21. \quad x \in \{-12, 8\}$$

$$370.22. \quad x \in \left\{ \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right\}$$

$$370.23. \quad x \in \{4\}$$

$$370.24. \quad x \in \{0\}$$

$$370.25. \quad x \in \left\{ -\frac{1}{2}, 0 \right\}$$

$$370.26. \quad x \in \{0\}$$

$$370.27. \quad x \in \{-1, 1\}$$

$$370.28. \quad x \in \{2, 16\}$$

$$370.29. \quad x \in \left\{ \frac{1}{9}, \sqrt{3} \right\}$$

$$370.30. \quad x \in \left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

$$370.31. \quad x \in \left\{ \frac{3}{2}, 3 \right\}$$

$$370.32. \quad x \in \left\{ \frac{1}{100}, 100 \right\}$$

$$370.33. \quad x \in \{100, 1000\}$$

$$370.34. \quad \text{Brak rozwiązań}$$

$$370.35. \quad x \in \left\{ \frac{1}{2}, 64 \right\}$$

$$370.36. \quad x \in \{25\}$$

$$370.37. \quad x \in \left\{ \frac{\sqrt{2}}{4}, 2 \right\}$$

371.

$$371.1. \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$371.2. \quad \begin{cases} x = 100 \\ y = 10 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = \frac{1}{100} \\ y = \frac{1}{10} \end{cases}$$

$$371.3. \quad \begin{cases} x = \frac{1}{9} \\ y = -1 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$371.4. \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 100 \end{cases}, \text{ lub } \begin{cases} x = 100 \\ y = 4 \end{cases}$$

372.

$$372.1. \quad x \in (0, 2)$$

$$372.2. \quad x \in (0, \frac{1}{4})$$

$$372.3. \quad x \in (\infty, -3) \cup (0, \infty)$$

$$372.4. \quad x \in \langle -3, -2 \rangle \cup (2, 3)$$

$$372.5. \quad x \in (4, 5)$$

$$372.6. \quad x \in (1, 2) \cup (101, \infty)$$

$$372.7. \quad x \in (2, 3)$$

$$372.8. \quad x \in (2, 3)$$

$$372.9. \quad x \in (4, 16)$$

$$372.10. \quad x \in (-\infty, \frac{1}{2})$$

$$372.11. \quad x \in (1, 4)$$

$$372.12. \quad x \in (0, \frac{1}{2}) \cup (1, 2) \cup (3, 6)$$

$$372.13. \quad x \in (-\frac{3}{2}, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 3)$$

15.9 Analiza matematyczna

373.

373.1. 1

373.2. 4

373.3. $-\frac{1}{3}$

373.4. 4

373.5. $-\frac{20}{3}$

373.6. -3

373.7. $-\frac{75}{4}$

373.8. 0

373.9. -16

373.10. $-\frac{35}{12}$

373.11. $\frac{1}{4}$

373.12. -6

373.13. $\frac{3}{4}$

373.14. $\frac{1}{12}$

373.15. 0

373.16. Granica nie istnieje

373.17. 1

373.18. Granica nie istnieje

373.19. 0

374.

374.1. ∞

374.2. 0

374.3. ∞

374.4. ∞

374.5. -4

374.6. ∞

374.7. $-\infty$

374.8. $-\infty$

375.

375.1. Da się $f(1) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1$ 375.2. Da się $f(0) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

375.3. Nie da się, ponieważ granica lewo- i prawostronna w podanym punkcie są różne.

375.4. Nie da się, ponieważ granica lewo- i prawostronna w podanym punkcie są różne.

375.5. Da się $f(0) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$ 375.6. Da się $f(3) = \frac{3}{2}$, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{3}{2}$ 376. $f(2) = 4$

377.

15.9 Analiza matematyczna

- 377.1. $f'(x) = \frac{4}{5\sqrt[5]{x}}$
- 377.2. $f'(x) = \frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}$
- 377.3. $f'(x) = 6x^2 - 5$
- 377.4. $f'(x) = 6x^2 - 42x + 60$
- 377.5. $f'(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^2}$
- 377.6. $f'(x) = -\frac{a}{x^2}$
- 377.7. $f'(x) = \frac{-2x^2 + 2x - 3}{(x^2 + x - 2)^2}$
- 377.8. $f'(x) = \frac{7}{6}\sqrt[7]{x} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$
- 377.9. $f'(x) = \frac{-x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1}{(x^3 + 1)^2}$
- 377.10. $f'(x) = 6(2x - 1)^2$
- 377.11. $f'(x) = \frac{x^2 - 14x - 14}{(x-7)^2}$
- 377.12. $f'(x) = \frac{-6x - 9}{(x^2 + 3x)^2}$
- 377.13. $f'(x) = \frac{-2x^2 - 10}{(x^2 - 5)^2}$
- 377.14. $f'(x) = \frac{-5(4x^3 + 6x^2)}{(x^4 + 2x^3 + 1)^2}$
- 378.
- 378.1. $f'(1) = 2$
- 378.2. $f'(2) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{2}$
- 378.3. $f'(3) = \frac{1}{8}$
- 378.4. $f'(1) = -1$
- 379.
- 379.1. $y = 3x - 4$
- 379.2. $y = -x + 2$
- 379.3. $y = \frac{1}{2}x + 2$
- 379.4. $y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{2}$, lub $y = -3x - 18$
380. $x = -\frac{1}{2}$
381. $x = \frac{1}{2}$
382. $a \in \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$
383. $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, 1)$, $f \nearrow$ dla $x \in (4, \infty)$
384. $f \searrow$ dla $x \in (-\infty, -2)$, $f \searrow$ dla $x \in (1, \infty)$
385. $f \nearrow$ dla $x \in (0, \infty)$
- 386.
- 386.1. $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, -4)$, $f \searrow$ dla $x \in (-4, -3)$, $f \searrow$ dla $x \in (-3, -2)$, $f \nearrow$ dla $x \in (-2, \infty)$
- 386.2. $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, -\frac{8}{3})$, $f \searrow$ dla $x \in (-\frac{8}{3}, 2)$, $f \nearrow$ dla $x \in (2, \infty)$
- 386.3. $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, \frac{1}{3})$, $f \searrow$ dla $x \in (\frac{1}{3}, 1)$, $f \nearrow$ dla $x \in (1, \infty)$
- 386.4. $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, -\frac{1}{3})$, $f \nearrow$ dla $x \in (\frac{1}{3}, \infty)$
- 386.5. $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, -1)$, $f \searrow$ dla $x \in (-1, 0)$, $f \searrow$ dla $x \in (0, 1)$, $f \nearrow$ dla $x \in (1, \infty)$
- 386.6. $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, -2)$, $f \searrow$ dla $x \in (-2, 2)$, $f \searrow$ dla $x \in (2, \infty)$
- 386.7. $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, -1)$, $f \searrow$ dla $x \in (-1, 0)$, $f \nearrow$ dla $x \in (0, 2)$, $f \searrow$ dla $x \in (2, \infty)$
- 386.8. $f \searrow$ dla $x \in (-\infty, 2)$, $f \nearrow$ dla $x \in (2, 6)$, $f \searrow$ dla $x \in (6, \infty)$

387. $f \searrow$ dla $x \in (-\infty, 0)$, $f \nearrow$ dla $x \in \langle 0, \infty$
388. Wskazówka: wystarczy pokazać, że $f'(x) > 0$ dla $\forall x \in \mathbb{R}$
- 389.
- 389.1. Maksimum lokalne dla $x = 0$ wynosi -2 , minimum lokalne dla $x = 2$ wynosi -20
- 389.2. Brak ekstremów
- 389.3. Maksimum lokalne dla $x = -1$ wynosi 0 , minimum lokalne dla $x = 1$ wynosi 1
- 389.4. Maksimum lokalne dla $x = \frac{2}{3}$ wynosi $\frac{2\sqrt{3}}{9}$, minimum lokalne dla $x = 0$ wynosi 0
- 389.5. Brak ekstremów
390. Wartość największa dla $x = 3$ wynosi 46 , wartość najmniejsza dla $x = 1$ wynosi -6
391. Wartość największa dla $x = -2$ lub $x = 2$ wynosi 13 , wartość najmniejsza dla $x = -1$ lub $x = 1$ wynosi 4
392. Wartość największa dla $x = 1$ wynosi 2 , wartość najmniejsza dla $x = -1$ wynosi -12
393. Ważne! $D_f = (0, 1) \cup (2, 3)$ $f \searrow$ dla $x \in (0, 1)$ $f \nearrow$ dla $x \in (2, 3)$, brak ekstremów.
394. Kwadrat 399. $r = \frac{R}{\sqrt{2}}$
395. $\frac{25}{2}$, $\frac{25}{2}$ 400. $h = \frac{4}{3}R$
396. Kwadrat 401. $a = \sqrt[3]{V}$
397. Ramiona powinny mieć długość $\frac{15}{2} \text{ cm}$. 402. $h = 4$
398. $h = 4R$ 403. $\frac{R}{H} = \frac{1}{2}$
404. Wymiary prostokąta powinny wynosić $16,8$, przy czym obrót wykonywany jest wokół boku o długości 8 .
405. Graniastosłup o boku postawy długości 2 , oraz wysokości 2 . Maksymalna objętość wynosi $2\sqrt{3}$.
406. $96\sqrt{3}$
407. Trzeci bok podstawy powinien mieć długość $a\sqrt{2}$, zaś wysokość graniastosłupa powinna wynosić $\frac{a}{4}$.
408. Dłuższa podstawa 10 , pole $\frac{75\sqrt{3}}{4}$
409. $(\sqrt{ab}, 0)$
410. $R = \frac{4}{3}$
411. $(\frac{1}{4}, 1)$

15.10 Kombinatoryka i Prawdopodobieństwo

412. Wykresy sprawdź korzystając np. z aplikacji Photomath

413. Wykresy sprawdź korzystając np. z aplikacji Photomath

15.9.1 Z Matur

414. $x = \frac{1}{4}$

415. $C(4,5)$

416. $a = 1, b = 2$

417. $P_{min} = 1, x = 1$

418. $Min = 511,25, Max = 601,25$

419. $P(-1,2)$

420. 20

421. $h = 2\sqrt{5}, r = 4, V_{max} = \frac{32\pi\sqrt{5}}{3}$

422. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}, V_{max} = \frac{32}{375}\pi\sqrt{5}$

423. $a = 2$

424. $C(\frac{2}{3}, \frac{16}{9})$

425. $r = \frac{\sqrt{3}}{3}, V_{max} = \frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$

426. $\frac{2}{3}$

427. $r = \sqrt{\frac{P}{6\pi}}, h = 2\sqrt{\frac{P}{6\pi}}, V_{max} = \frac{P}{3}\sqrt{\frac{P}{6\pi}}$

428. Przyjmując rozmiary podstawy jako $a, b = 2a$, zaś wysokość graniastosłupa jako $h = \frac{4}{a^2}$ otrzymujemy $P = 4(a^2 + \frac{6}{a})$, gdzie $a \in (1,2)$. Pole jest najmniejsze, gdy $a = \sqrt[3]{3}, b = 2\sqrt[3]{3}, h = \frac{4\sqrt[3]{3}}{3}$

429. $a \in (1,2), \operatorname{tg} \alpha = 1$

430. 100mm x 60mm

431. $x = 4, h = 6$

15.10 Kombinatoryka i Prawdopodobieństwo

15.10.1 Rzut kością

432. 6^2	437.2. 19
433. 6^3	438. 15
434. $6^3 - 3^3$	439. 30
435.	440. $6^5 - 5^5$
435.1. 5^3	441. 360
435.2. $5^4 + 5^4 + 5^3$	442. 177
435.3. $6^5 - 5^5$	443.
436.	443.1. 72
436.1. 6	443.2. 37
436.2. 20	444.
437.	444.1. 528
437.1. 9	444.2. 217

15.10.2 Zadania z liczbami

445.	447.5. $2 \cdot 5 \cdot 5! + 6!$
445.1. 24	448.
445.2. 125	448.1. $6!$
446.	448.2. $5!$
446.1. 2160	448.3. $3! \cdot 4!$
446.2. $6 \cdot 7^4$	448.4. $\binom{6}{2} \cdot 4!$
447.	449. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$
447.1. $7 \cdot 7!$	450. $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 1 + 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3$
447.2. $3 \cdot 6 \cdot 6! + 7!$	451. 36
447.3. $4 \cdot 6! + 10 \cdot 5 \cdot 5!$	452. 148
447.4. $7!$	453.

15.10 Kombinatoryka i Prawdopodobieństwo

- | | |
|---|--|
| 453.1. $9 \cdot 8 \cdot 7$ | 454.3. $7 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$ |
| 453.2. $8 \cdot 7 \cdot 4$ | 455. |
| 453.3. $8 \cdot 7 \cdot 5$ | 455.1. $5 \cdot 9 \cdot 10^3$ |
| 453.4. $9 \cdot 8 \cdot 7$ | 455.2. $4 \cdot 9 \cdot 10^2$ |
| 454. | 455.3. 22500 |
| 454.1. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 + 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$ | 455.4. 12857 |
| 454.2. $6 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 + 16 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6$ | 455.5. $9 \cdot 10^2$ |

15.10.3 Tworzenie funkcji

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 456. | 459.2. $\binom{3}{2} (2^9 - 2)$ |
| 456.1. 9^6 | 459.3. $\binom{9}{3} \binom{6}{3}$ |
| 456.2. 9 | 460. |
| 456.3. $\binom{9}{6} \cdot 6!$ | 460.1. 7^4 |
| 456.4. $\binom{9}{6} \cdot 2$ | 460.2. $\binom{7}{4} \cdot 4!$ |
| 456.5. $\binom{9}{2} (2^6 - 2)$ | 460.3. $\binom{7}{2} (2^4 - 2)$ |
| 456.6. $\binom{14}{6}$ | 461. $\binom{5}{2} \binom{9}{3} \binom{6}{3} \cdot 3!$ |
| 457. | 462. |
| 457.1. 12^5 | 462.1. 9^6 |
| 457.2. $\binom{12}{5} \cdot 5!$ | 462.2. $\binom{9}{2} (2^6 - 2)$ |
| 458. | 463. |
| 458.1. 5^6 | 463.1. 8^5 |
| 458.2. $\binom{5}{2} \cdot (2^6 - 2)$ | 463.2. $\binom{8}{2} (2^5 - 2) + 8$ |
| 459. | 464. $\binom{3}{2} (2^5 - 2) + 3$ |
| 459.1. 3^9 | |

15.10.4 Ustawianie elementów w ciąg

465. $8!$

466.

466.1. $6!$

466.2. $\frac{7!}{2}$

466.3. $\frac{5!}{2!2!}$

466.4. $\frac{11!}{2!2!2!2!}$

466.5. $\frac{12!}{2!2!2!2!}$

467.

467.1. $4!$

467.2. $4! \cdot 3!$

467.3. $2 \cdot 3! \cdot 3!$

467.4. $\binom{5}{3} \cdot 3!$

467.5. $2 \cdot 2! \cdot 3 \cdot 3! + 3 \cdot 2! \cdot 2 \cdot 3!$

468. $6! \cdot 5!$ w drugim przypadku $2 \cdot 6! \cdot 6!$

469. $4 \cdot 2 \cdot 2! \cdot 5!$

470. $6!$, jeśli krzesła są rozróżnialne, $5!$, jeśli nie są

471. $6 \cdot 4!$

472. $9 \cdot 2 \cdot 3! \cdot 4!$

15.10.5 Podzbiory

473.

473.1. $\binom{13}{2} \binom{17}{2}$

473.2. $\binom{30}{4} - \binom{13}{4}$

473.3. $\binom{17}{4}$

474.

474.1. $\binom{7}{4} \binom{13}{1}$

474.2. $\binom{20}{5} - \binom{7}{4} - \binom{7}{4} \binom{13}{1}$

475.

475.1. $6 \cdot 5 \cdot 4$

475.2. $\binom{6}{3} + \binom{5}{3} + \binom{4}{3}$

475.3. $\binom{15}{3} - 6 \cdot 5 \cdot 4$

476.

476.1. $\binom{13}{2} \binom{39}{2}$

476.2. $\binom{4}{2} \binom{4}{2}$

476.3. $\binom{16}{3} \binom{4}{1}$

476.4. $\binom{52}{4} - \binom{13}{4}$

476.5. $\binom{24}{3} \binom{4}{1}$

477.

477.1. $\binom{3}{1} \binom{12}{2} \binom{10}{5}$

477.2. $\binom{12}{4} \binom{8}{4} \cdot 3!$

477.3. $\binom{12}{3} \binom{9}{4}$

478. $\binom{7}{3} \binom{13}{2} + \binom{7}{4} \binom{13}{1} + \binom{7}{5}$

479. $\binom{10}{4} \cdot 2$

15.10.6 MIX ZADAŃ

15.10 Kombinatoryka i Prawdopodobieństwo

480. $5!$

481. $5!$

482. $\frac{10!}{2!2!3!}$

483. $2 \cdot 7! \cdot 7!$

484. $7!$

485. $6 \cdot 7^4$

486.

486.1. $2 \cdot 4 \cdot 2! \cdot 5!$

486.2. $\binom{8}{3}5!$

487. $\binom{8}{4}$

488. 10

489. 9

490. 8

491.

491.1. $\binom{8}{5} + \binom{8}{4} \binom{14}{1} + \binom{8}{3} \binom{14}{2}$

491.2. $\binom{22}{5} - \binom{14}{1} \binom{8}{4} - \binom{8}{5}$

491.3. $\binom{8}{5}$

491.4. $\binom{8}{3} \binom{14}{2}$

492.

492.1. $7 \cdot 3 + 2 \cdot 1$

492.2. $\binom{7}{2}$

492.3. $\binom{7}{2} + \binom{2}{2}$

492.4. $\binom{10}{2} - \binom{3}{2}$

493.

493.1. $\binom{4}{2} \binom{4}{2}$

493.2. $\binom{28}{3} \binom{4}{1}$

493.3. $\binom{16}{3} \binom{36}{1}$

493.4. $\binom{13}{3} \binom{39}{1}$

493.5. $\binom{52}{4} - \binom{13}{4}$

493.6. $\binom{13}{2} \binom{13}{1} \binom{13}{1}$

494.

494.1. $\binom{9}{2} + \binom{8}{2}$

494.2. $\binom{9}{1} \binom{8}{1}$

494.3. $\binom{17}{2} - \binom{9}{2}$

494.4. $\binom{2}{2} + \binom{2}{1} \binom{15}{1} + \binom{2}{2} + \binom{2}{1} \binom{4}{1}$

495. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

496. $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

497. $3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 \cdot 4$

498. 28 uczniów

499. $20 \cdot 5!$

500.

500.1. $\binom{5}{3} \cdot 3! \cdot \binom{5}{2} \cdot 2!$

500.2. $\binom{2}{1} \binom{5}{3} \binom{5}{3} 3! \cdot \binom{3}{2} \cdot 2!$

501. 3^7

502.

502.1. 2^7

502.2. 2^7

503.

503.1. 4^5

503.2. $\binom{4}{3} \left(3^5 - \binom{3}{2} (2^5 - 2) - 3 \right)$

504.

504.1. 6^6

504.2. $6!$

504.3. $\binom{6}{2} (2^6 - 2)$

505. $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2$

506.

506.1. $\binom{9}{5}$

506.2. $\binom{9}{3} \binom{6}{2}$

506.3. $\binom{15}{5} - \binom{6}{5}$

506.4. $\binom{6}{5} + \binom{6}{4} \binom{9}{1}$

507.

507.1. 7^{10}

507.2. 12^{10}

508. $\binom{8}{4} \cdot 4!$

15.10.7 Rachunek prawdopodobieństwa

509.

509.1. $\frac{1}{15}$

509.2. $\frac{1}{210}$

509.3. $\frac{1}{15}$

510.

510.1. $\frac{2 \cdot 3! \cdot 3!}{6!}$

510.2. $\frac{6! - 6 \cdot 3! \cdot 3!}{6!}$

511. $\frac{1}{5^4 \cdot 4!}$

512.

512.1. $\frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{18}{9}}{\binom{20}{10}}$

512.2. $\frac{\binom{4}{2} \binom{16}{8}}{\binom{20}{10}}$

513. $\frac{\binom{2}{1} \binom{2m-2}{n-1}}{\binom{2m}{n}}$

514. $\frac{\binom{4}{1} \binom{20}{5} \binom{3}{1} \binom{15}{5} \binom{2}{1} \binom{10}{5}}{\binom{24}{6} \binom{18}{6} \binom{12}{6}}$

515.

515.1. $\frac{40}{72}$

515.2. $\frac{8}{72}$

515.3. $\frac{44}{72}$

515.4. $\frac{50}{72}$

516. $\frac{\binom{21}{2}}{\binom{27}{2}}$

517.

517.1. $\frac{\binom{5}{2} \binom{6}{1}}{\binom{11}{3}}$

517.2. $\frac{\binom{11}{3} - \binom{6}{3} - \binom{5}{3}}{\binom{11}{3}}$

517.3. $\frac{\binom{11}{3} - \binom{5}{3}}{\binom{11}{3}}$

517.4. $\frac{\binom{2}{1} \binom{9}{2} + \binom{3}{2} \binom{9}{1}}{\binom{11}{3}}$

517.5. $\frac{\binom{11}{3} - \binom{6}{3}}{\binom{11}{3}}$

517.6. $\frac{\binom{5}{3} \cdot 2^3 + \binom{5}{2} \cdot 2^2}{\binom{11}{3}}$

518. $\frac{1}{4}$

519.

519.1. $\frac{2^8 - 2}{3^8}$

519.2. $\frac{3^7}{3^8}$

519.3. $\frac{8-7}{3^8}$

520.

520.1. $\frac{3!+3+1}{6^3}$

520.2. $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6^3}$

520.3. $\frac{6^3 - 5^3}{6^3}$

520.4. $\frac{6^3 - 1}{6^3}$

520.5. $\frac{108}{6^3}$

520.6. $\frac{3 \cdot 2 \cdot 3! + 3^2 \cdot 3 + 3 \cdot 3}{6^3}$

521. $\frac{9^5 - \binom{9}{5} \cdot 2}{9^5}$

522. $\frac{\binom{863}{2}}{\binom{2013}{2}}$

523. 2

524. Co najmniej $n=7$

525.

525.1. $\frac{5}{5^9}$

15.10 Kombinatoryka i Prawdopodobieństwo

- 525.2. $\frac{\binom{5}{2}(2^9-2)}{5^9}$
- 525.3. $\frac{\binom{9}{4} \cdot 3^5}{5^9}$
526. 7 mężczyzn, 14 kobiet
- 527.
- 527.1. $\frac{26}{60}$
- 527.2. $\frac{1}{20}$
528. $\frac{1+2 \cdot (n-1) + \binom{n-1}{2}}{9 \cdot 10^{n-1}}$
- 529.
- 529.1. $\frac{1}{2}$
- 529.2. $\frac{2^{n-1}-2}{2^{n-2}}$
530. Wsk: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
531. $\frac{\binom{n}{2}}{\binom{m+n}{2}}$
532. $\frac{\binom{4}{1} \binom{4}{1} \binom{44}{11}}{\binom{52}{13}}$
533. Mniej niż 18
534. $\frac{\binom{2}{1} \binom{10}{4}}{\binom{14}{5}}$
535. $\frac{\binom{n}{3} - (n-2)}{\binom{n}{3}}$
536. $\frac{\binom{271}{2}}{\binom{1000}{2}}$
537. $\frac{4 \cdot \binom{5}{2} \cdot 5^5 + \binom{5}{3} \cdot 5^6}{9 \cdot 10^5}$
538. $\frac{(n+1)(2n+1)}{(2n+1)^2}$
539. $\frac{\binom{11}{2} \cdot 12! + \binom{7}{2} \binom{11}{1} \cdot 12!}{12^{13}}$
540. $\frac{8 \cdot 2! \cdot 4!}{8!}$
541. $\frac{5 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 2 + 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 1}{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}$
542. $\frac{\binom{7}{2} (2^5 - 2)}{7^5}$
543. 12
544. $\frac{6+6 \cdot 5 \cdot 2+2 \cdot 6 \cdot 2}{6^4}$
545. $\frac{2 \cdot 2! \cdot 7 \cdot 7! + 7 \cdot 2! \cdot 6 \cdot 7!}{10!}$
546. $\frac{\binom{5}{1} \binom{4}{3} 4! + \binom{5}{2} \binom{7}{2} \binom{5}{2} 3!}{5^7}$
547. $\frac{\binom{18}{4} + \binom{3}{2} \binom{17}{4}}{\binom{21}{7}}$
548. $\frac{4! + 4! + \frac{4!}{2}}{6^4}$
549. $\frac{\binom{5}{3} \cdot 5^2 + \binom{5}{4} \cdot 5 + 1}{6^5}$
550. Wyzuczenie jednej reszki
551. $\frac{9}{28}$
552. $\frac{\binom{4}{2} \binom{3}{2}}{\binom{11}{2} \cdot \binom{6}{2}}$
553. $\frac{\binom{6}{2}}{6^2}$
554. $\frac{\binom{2005}{5}}{\binom{2005}{5} \cdot 5!}$
555. $\frac{1560}{60^2}$
556. $\frac{2 \cdot 2 \cdot 4}{6 \cdot 5 \cdot 4}$
557. $\frac{\binom{9}{2}}{\binom{10}{3}}$
558. $\frac{1 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 2}{6^2}$
559. $\frac{\binom{3}{2}}{\binom{10}{2}}$
560. $\frac{6! - 5 \cdot 2! \cdot 4!}{6!}$
561. $\frac{\binom{10}{7} \cdot 7!}{10^7}$
562. $\frac{(n-r-1) \cdot 2! \cdot (n-2)!}{n!}$
563. Dowód
564. $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A-B) = \frac{5}{8}$, $P(A' \cap B') = \frac{1}{8}$
565. $P(A) + P(B) = 1, 2$
566. Dowód
567. Dowód
568. Dowód
569. Nie może.
570. $P(B') = 0, 8$, $P(A' \cap B') = 0, 72$
571. $P(B - (A \cap B)) = 0, 12$, $P(A \cup B - A \cap B) = 0, 2$
572. $\frac{n + \binom{n}{2} \cdot 2}{n^3}$
573. $\frac{n! \cdot n! \cdot 2^n}{(2n)!}$
574. $\frac{\binom{5}{1} \binom{4}{2} 2^2 + \binom{5}{3}}{\binom{10}{4}} = \frac{\binom{10}{4} - \binom{5}{4} 2^4}{\binom{10}{4}}$

15.10.8 Prawdopodobieństwo warunkowe

575.

575.1. $\frac{1}{13}$

575.2. $\frac{1}{9}$

576. $\frac{1}{3}$

577. $\frac{1}{6}$

578. $\frac{1}{4}$

579. $\frac{2^2}{5^2}$

580.

580.1. $\frac{1}{6}$

580.2. $\frac{1}{6}$

580.3. $\frac{1}{6}$

581. $\frac{\binom{2}{2}}{\binom{2}{2} + \binom{2}{2}}$

582. $\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{9}{1} + \binom{3}{1} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{6}{1} \cdot \binom{11}{1}} = \frac{9}{11}$

583. $\frac{1}{6}$

584. $\frac{8}{43}$

585. $\frac{\binom{1}{2} + \binom{7}{2}}{\binom{18}{2}}$

586. $\frac{3}{10}$

587. $\frac{\binom{12}{1} \binom{27}{1} + \binom{12}{2}}{\binom{39}{2}}$

15.10.9 Prawdopodobieństwo całkowite

588. $\frac{1}{2} \cdot \frac{\binom{9}{2}}{\binom{10}{2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}}$

589. $\frac{\binom{2}{1} \binom{10}{1}}{\binom{12}{2}} \cdot \frac{1}{10} + \frac{\binom{10}{2}}{\binom{12}{2}} \cdot \frac{2}{10}$

590. $\frac{1}{10} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8}$

591. $0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,8$

592. $0,96 \cdot 0,75$

593. $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{14} + \frac{1}{3} \cdot 1$

594. $\frac{108}{135}$

595. $\frac{32}{72}$

596.

596.1. $\frac{8 \cdot 7}{12 \cdot 11}$

596.2. $\frac{8}{12} \cdot \frac{4}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11}$

597. $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{8}$

598.

598.1. $\frac{2}{3} \cdot 99,1\% + \frac{1}{3} \cdot 98,6\%$

598.2. $\frac{2}{3} \cdot 0,9\% + \frac{1}{3} \cdot 1,4\%$

15.10 Kombinatoryka i Prawdopodobieństwo

599.

$$599.1. \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{100} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1000}$$

$$599.2. \quad \frac{50}{52}$$

$$600. \quad \frac{6}{24} \cdot \frac{\binom{3}{2}}{\binom{23}{2}} + \frac{18}{24} \cdot \frac{\binom{6}{2}}{\binom{23}{2}}$$

$$601. \quad \frac{5 \cdot 11}{12 \cdot 11}$$

$$602. \quad \frac{\binom{4}{2}}{\binom{32}{2}} \cdot \frac{6}{54} + \frac{\binom{4}{1} \binom{48}{1}}{\binom{32}{2}} \cdot \frac{5}{54} + \frac{\binom{48}{2}}{\binom{32}{2}} \cdot \frac{4}{54}$$

$$603. \quad \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot 1 + 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} + 3 \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \frac{1}{4}$$

604. 10

605.

$$605.1. \quad \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{25} + \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{25}$$

$$605.2. \quad \frac{18}{24} \cdot \frac{6}{25} + \frac{6}{24} \cdot \frac{7}{25}$$

$$605.3. \quad \frac{\frac{6}{24} \cdot \frac{7}{25}}{\frac{18}{24} \cdot \frac{6}{25} + \frac{6}{24} \cdot \frac{7}{25}}$$

606.

$$606.1. \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{52}$$

$$606.2. \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{52}$$

15.10.10 Schemat Bernoullego

607.

$$607.1. \quad \frac{56}{1024}$$

$$607.2. \quad \frac{386}{1024}$$

$$608. \quad \frac{4^{10} - 3^{10} - 10 \cdot 3^9}{4^{10}}$$

609.

$$609.1. \quad \frac{45 \cdot 4^8 + 10 \cdot 4^9 + 4^{10}}{5^{10}}$$

$$609.2. \quad \frac{120 \cdot 4^7 + 45 \cdot 4^8 + 10 \cdot 4^9 + 4^{10}}{5^{10}}$$

610.

$$610.1. \quad \frac{1771}{1024^4}$$

$$610.2. \quad \frac{3^{20} + 20 \cdot 3^{19} + 190 \cdot 3^{18} + 1140 \cdot 3^{17}}{4^{20}}$$

611.

611.1. $\frac{19^{20}}{20^{20}}$

611.2. $\frac{190 \cdot 19^{18} + 20 \cdot 19^{19} + 19^{20}}{20^{20}}$

612. Co najmniej 36 razy.

15.10.11 Wartość oczekiwana

613. $\frac{7}{2}$

614. $\frac{59}{12}$

615. $-\frac{1}{36}$

616. 7

617.

617.1. 15zł, opłaca się

617.2. 30zł, opłaca się

618. W turnieju I, ponieważ ma większą wartość oczekiwaną wygranej.

619. $\frac{4}{3}$

15.10.12 Z Matur

620. 192080

621. 280

622. 180

623. 1920

624. 44361

625. 15360

626. 28750

627. 600

628. 18

629. 12960

630. $\frac{1}{5}$

642. $P(2 \text{ czarne}) = \frac{31}{140}$, $P(2 \text{ białe}) = \frac{27}{140}$, czyli wylosowanie dwóch czarnych jest bardziej

631. $\frac{1}{3}$

632. $\frac{1}{35}$

633. Dowód

634. $\frac{16}{81}$

635. Dowód

636. Dowód

637. $\frac{5}{108}$

638. $\frac{1}{6}$

639. $\frac{5}{12}$

640. $\frac{5}{11}$

641. $\frac{5}{1944}$

15.11 Planimetria

prawdopodobne.

643. 753

644. 314

645. $\frac{49}{216}$

646. $\frac{11}{16}$

647. $\frac{7}{30}$

648. Dowód

649. $\frac{5}{14}$

650. $\frac{22}{5 \cdot 67}$

15.11 Planimetria

651. Dowód

652. Dowód

653. Dowód

654. Dowód

655. Dowód

656. Dowód

657. Dowód

658. Dowód

659. Dowód

660. Dowód

661. Dowód

662. Dowód

663. Dowód

664. Dowód

665. Dowód

696. 3

697. Wskazówka: podziel pięciokąt na trójkąty, następnie zastosuj nierówność trójkąta.

698. Wskazówka: wykorzystaj nierówność trójkąta.

699. Wskazówka: dorysuj drugi, identyczny, trójkąt, tak by uzyskać równoległobok. Następnie zastosuj nierówność trójkąta.

700. Wskazówka: Nazwijmy trójkąt ABC , punkty E , F to odpowiednio środki boków A , B

666. Dowód

667. Dowód

668. Dowód

669. Dowód

670. Dowód

671. Dowód

672. Dowód

673. Dowód

674. Dowód

675. Dowód

676. Dowód

677. Dowód

678. Dowód

679. Dowód

680. Dowód

681. Dowód

682. Dowód

683. Dowód

684. Dowód

685. Dowód

686. Dowód

687. Dowód

688. Dowód

689. Dowód

690. Dowód

691. Dowód

692. Dowód

693. Dowód

694. Dowód

695. Dowód

zgrabny Dowód można zrobić wyznaczając na dwa sposoby wektor \overrightarrow{EF}

701. Wskazówka: możesz użyć twierdzenia Talesa, podobieństwa trójkątów, lub twierdzenia o odcinku łączącym środki boków trójkąta.
702. $\frac{a}{2\sqrt{3}}$ Wskazówka: możesz użyć twierdzenia Talesa, podobieństwa trójkątów, lub twierdzenia o odcinku łączącym środki boków trójkąta.
703. 1 : 2 Wskazówka: dorysuj odcinek równoległy do AE , przechodzący przez punkt C . Niech G będzie punktem przecięcia tego odcinka z bokiem CB .
704. Dowód
705. Dowód
706. $\frac{\sqrt{3}}{1}$
707. $|AC| = 15$
708. Dowód
709. Wskazówka: wyznacz cosinusy omawianych w zadaniu kątów. Powołaj się na monotoniczność funkcji cosinus.
710. Wskazówka: połącz dany w zadaniu punkt, nazwijmy go P , z wierzchołkiem trójkąta niezawierającym się w boku na którym leży P . Wyraż pole trójkąta za pomocą sumy dwóch mniejszych trójkątów.
711. Dowód
712. Dowód
713. 90°
714. Dowód
715. Przyprostokątne $\frac{2k}{\sqrt{5}}$, przeciwprostokątna $\frac{2k\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
716. $\frac{3}{2}$
717. $|AB| = 40$
718. 8
719. Wskazówka: można powołać się na własność iż kąt wpisany oparty na tym samym łuku co kąt środkowy ma o połowę mniejszą miarę.
720. $\frac{2}{3}$
721. Wskazówka: niech AB i CD będą podstawami, przy czym $|AB| = b$. Wprowadź $\angle DAC = \alpha$.

15.11 Planimetria

- Uzasadnij że $\triangle ACD$ jest równoramienny. Następnie wyznacz $\sphericalangle ADC$, oraz $\sphericalangle BAD$.
722. 60° , oraz 120°
723. 19, 3
724. Wskazówka: z założenia możemy przyjąć $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \vec{x}$, przyjmij $\overrightarrow{AC} = \vec{d}$. Aby wykazać, że czworokąt jest równoległobokiem, wystarczy uzasadnić, że $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
725. Dowód
726. Licząc od wierzchołka trójkąta 10, oraz 6.
727. $r = 2$
728. 40° , 60° , 80°
729. Wskazówka: wykorzystaj fakt, że trójkąty, powstałe po narysowaniu środkowej, są równoramienne.
730. Dowód
731. 13cm
732. Dowód
733. Dowód
734. $\overrightarrow{AC} = \vec{b} + 2\vec{d}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{d} + 2\vec{b}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{d} + 2\vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d} + \vec{b}$, $\overrightarrow{CD} = -2\vec{d}$
735. Wskazówka: Dowód przy użyciu wektorów.
736. Wskazówka: Dowód przy użyciu wektorów.
737. Wskazówka: Dowód przy użyciu wektorów.
738. $\frac{2}{3}c$
739. Wskazówka: zauważ, że $\sin(\alpha + \beta) = \sin(180^\circ - (\alpha + \beta)) = \sin \gamma$, a następnie wykorzystaj tw. sinusów, by uzależnić sinusy od odpowiednich boków i długości promienia okręgu opisanego na trójkącie.
740. $\frac{\sin(2\beta + \alpha - 180^\circ)}{\sin \alpha}$
741. $d_1 = \sqrt{34 - 15\sqrt{3}}$, $d_2 = \sqrt{34 + 15\sqrt{3}}$
742. $\frac{5}{8}, \frac{19}{20}, -\frac{7}{20}$ Wskazówka: wykorzystaj tw. cosinusów.
743. Wskazówka: oblicz wartości funkcji cosinus, korzystając z tw. cosinusów, a następnie wykaż, że spełniają one podane w treści zadania równanie.
744. $\frac{R}{r} = \frac{4+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

745. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

746. Wskazówka: wyznacz długości przekątnych, korzystając z tw. cosinusów.

747. $3 : 5 : 7$

748. Dowód

749. Dowód

750. $|AB| = 12\sqrt{3}$

751. Dowód

752. Dowód

753. $\frac{\sqrt{2}-1}{1}$

754. Dowód

755. $c = \sqrt{b(a+b)}$

756. $l = \frac{ab\sqrt{2}}{a+b}$

757. $P = \frac{72}{5}$

758. $\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{a^2+ab+b^2}$

759. Wskazówka: wykorzystaj fakt, że kąty wpisane oparte na tym samym łuku są tej samej miary.

760. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$

761. $r = \frac{ah}{\sqrt{a^2+h^2+a}}$, długość odcinka stycznej, zawartego w trójkącie $\frac{2a\sqrt{a^2+h^2}-2a^2}{\sqrt{a^2+h^2+a}}$

762. Wskazówka: w trapez można wpisać okrąg, gdy suma długości podstaw trapezu, równa jest sumie długości ramion trapezu.

763. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

764. $Obw_{min} = 6$

765. Wskazówka: uzależnij wszystkie funkcje trygonometryczne od a, b, c, R wykorzystując tw. cosinusów i tw. sinusów.

766. Wskazówka: wykorzystaj tw. o odcinku łączącym środki boków trójkąta.

767. Dowód

768. Wskazówka: przyjmij D jako punkt przecięcia dwusiecznej $\sphericalangle CAB$ z okręgiem opisanym na trójkącie. Wykaż, że DS , gdzie S -środek okręgu, jest symetralną boku BC .769. Wskazówka: wykaż, że $|(\sphericalangle EDM)| = 180^\circ$

15.11 Planimetria

$$770. |CD| = a \sqrt{2 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

$$771. P = 75\sqrt{3}$$

$$772. \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \left(\frac{3(1+\sqrt{5})}{4}\right)^2$$

773. Dowód

$$774. \alpha = 30^\circ$$

775. Dowód

$$776. \frac{P_{zew}}{P_{wew}} = \frac{3\sqrt{3}-\pi}{3\sqrt{3}+\pi}$$

777. Wskazówka, pokaż najpierw [z tw. sinusów], że $\frac{a+c}{b} = \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \gamma}$. Następnie wykorzystaj równanie podane w założeniu.

$$778. P = 2r^2 \left(\frac{1}{\sin \beta} + \frac{1}{\sin 2\beta} \right)$$

779. Wskazówka: możesz pokazać najpierw, że średnia arytmetyczna długości dwóch boków jest większa od długości środkowej poprowadzonej do trzeciego boku.

780. Odległość od krótszej podstawy 4, odległość od dłuższej podstawy 12.

781. $P_{ADS} = \sqrt{PT}$, $P_{ABCD} = (\sqrt{T} + \sqrt{P})^2$, aby wykazać, że $P_{ADS} = P_{BCS}$, wystarczy wykazać, że $P_{ABD} = P_{ABC}$.

$$782. P = 100$$

$$783. R = 5$$

784. Dowód

785. Dowód

$$786. P = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$787. 4, 8$$

$$788. s_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

789. Wskazówka: wykorzystaj tw. cosinusów.

$$790. \sqrt{\frac{1236}{5}}$$

791. Wskazówka: przekształć prawą stronę założenia wykorzystując tw. sinusów.

$$792. \sin \gamma = \frac{4}{5}, \text{ lub } \sin \gamma = \frac{44}{125}$$

$$793. h = \frac{2ra^2}{a^2 - r^2}$$

$$794. \cos \alpha = \frac{a^2 + d^2 - c^2 - b^2}{2bc + 2ad}$$

15.11.1 Z Matur

795. $d = \frac{4\sqrt{21}}{3}$

796. $R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

797. $P = \frac{ab^3}{2(a^2+b^2)}$

798. $P = 234, d_1 = 25, d_2 = 20$

799. $P = 84$

800. $d = 4$

801. $\frac{P_{KML}}{P_{ABCD}} = \frac{1}{5}$

802. $|AB| = \frac{15}{2}, |BC| = \frac{27-10\sqrt{3}}{2}, |BD| = \frac{15+5\sqrt{21}}{4}$

803. $|AC| = \frac{\sqrt{3289}}{13}$

804. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$

805. $\sqrt{145}$

806. $\sin \sphericalangle PAB = \frac{1}{7}$

807. $|AB| = 30, |AC| = |BC| = 39, R = \frac{169}{8}$

808. $P = 36(7 - 4\sqrt{3})\pi$

809. $P = \frac{a^2(\sqrt{3}+1)}{4}$

810. $P = 72$

811. $\frac{43}{45}$

812. Dowód

813. Dowód

814. $\frac{4}{5}$

15.12 Geometria analityczna

815. $l: x + 4y - 26 = 0$ Żaden z podanych punktów nie należy do znalezionej prostej. Przecięcia z osiami to punkty: $(26, 0), (0, \frac{13}{4})$

816. $l: 2x - 3y - 9 = 0$, proste nie przecinają się w jednym punkcie.

817. $\frac{12}{5}$

15.12 Geometria analityczna

818. $10x - 4y - 25 = 0$

819. $S(-22, 27)$, $R = \sqrt{1066}$

820. $l_1 : y = 2$, $l_2 : y = -\frac{3}{7} + \frac{5}{7}$

821. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 10$

822. $\frac{49}{2}$

823. $h_a = 5$, $h_b = 2\sqrt{5}$, $h_c = 10$

824. $\frac{25}{6}$

825. $l_1 : y = (2 - \sqrt{3})x + 2 - 2\sqrt{3}$, $l_2 : y = (2 + \sqrt{3})x + 2 + 2\sqrt{3}$

826. $B_1(-3, 1), C_1(-1, 6), D_1(4, 4)$, lub $B_2(-3, 1), C_2(-5, -4), D_2(0, -6)$. Pole kwadratu $P = 29$.

827. $l : y = \frac{5}{2}x + \frac{13}{2}$, $p : y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$, $P = 24$

828. Wskazówka: można wyznaczyć równania prostych zawierających dwa z boków i pokazać, że zachodzi warunek prostokątności $a_1 \cdot a_2 = -1$

829. $P'(\frac{14}{5}, \frac{47}{5})$

830. $T(-9, -4)$

831. $B(0, 0)$, $C(-3, -1)$, $D(-2, -4)$, $P = 10$

832. $B(7, 2)$, $C(3, -1)$

833. $C(5, 7)$, $D(1 : 5)$

834. $(\frac{39}{17}, -\frac{37}{17})$

835. $AC : y = -\frac{7}{4}x - \frac{17}{2}$, $BC : y = -\frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$

836. $AB : y = -\frac{3}{5}x - \frac{1}{5}$, $AC : y = x + 3$, $BC : y = -7x + 19$

837. $B(0, 6)$, $C(4, -2)$

838. $C(4, 6)$

839. $B(4, 3)$, $C(-1, 3)$, $P = 30$

840. Ortocentrum $(-1, 3)$, środek okręgu opisanego $(2, 0)$, środek ciężkości $(-1, 1)$

841. $P(0, \frac{6}{7})$, lub $P(0, \frac{2}{3})$

842. $D(0, 0)$, $P = 18$, $\sin \angle AKL = \frac{\sqrt{2}}{2}$

843. $P = 32$, $s : y = x - 1$

844. $P(\frac{7}{5}, \frac{26}{5})$, lub $P(\frac{19}{5}, \frac{2}{5})$

845. $D(-3, -1)$, wtedy $P = 30$, albo $D(-5, -5)$, wtedy $P = 40$

846. $C(\frac{26}{3}, \frac{61}{3})$, lub $C(-2, -1)$

847. $A(-3, 5)$, $B(1, -3)$, $P = 10$

848. $C(3, 3)$, $P = \frac{5}{2}$, $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$

849. $B(0, 4)$, $D(4, 2)$

850. $k: y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

851. $d_1: y = x + \frac{17}{2}$, $d_2: y = -x - \frac{3}{10}$

852.

852.1. $S(1, 2)$, $r = 3$

852.2. $S(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$, $r = 2$

853.

854. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 10^2$

855. $l_1: y = 2x + 3\sqrt{5} - 8$, $l_2: y = 2x - 3\sqrt{5} - 8$

856. $l_1: x = 5$, $l_2: y = \frac{5}{12}x - \frac{37}{12}$

857. $(1, 2)$, $(0, 3)$

858. $A(-6, -21)$, $B(1, 0)$, $d_{(W,k)} = \sqrt{10}$, $o: (x + \frac{5}{2})^2 + (y + \frac{21}{2})^2 = \frac{490}{4}$

859. $o_2: (x+1)^2 + (y+5)^2 = 5^2$, $P = 8$

860. $m: 2x + y - 6 = 0$, $M_1(0, 6)$, lub $M_2(4, -2)$

861. $o_2: x^2 + (y-4)^2 = 4^2$, $l_1: y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{6}$, $l_2: y = \frac{3}{2}x + 4$

862. $P(0, -1)$

863. $o: (x-3)^2 + (y+2)^2 = 1$

864. Poszukiwany środek okręgu opisanego na trójkącie to punkt $S(0, 0)$

865. 90°

866. $o_1: (x - \frac{5}{4})^2 + (y + \frac{7}{4})^2 = \frac{25}{8}$, $o_2: (x + \frac{3}{4})^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = \frac{25}{8}$

867. $o: (x+6)^2 + (y-3)^2 = 5$

868. $P = 4$

869. $o: (x-5)^2 + y^2 = 5$, przecięcia z OX : $P_1(5 - \sqrt{5}, 0)$, $P_2(5 + \sqrt{5}, 0)$, okrąg nie przecina OY .

870. $p = \sqrt{2+2\sqrt{2}}$, lub $p = -\sqrt{2+2\sqrt{2}}$

871. $A(-5, 4)$, oraz $B(3, 1)$

872. $C(7, 6)$, lub $C(-3, -4)$. Aby wykazać rozwartokątność, wystarczy pokazać, że cosinus

15.12 Geometria analityczna

największego kąta jest ujemny. Ów cosinus można policzyć wykorzystując np. tw. cosinusów.

873. $P_{OAB} = 8$

874. Zbiory zilustruj wykorzystując np. aplikacji Wolframalpha.

875. $h = \frac{29}{\sqrt{10}}$

876. $o: x^2 + (y+6)^2 = 6^2$

877. $p_1: y = 3x + 1$, lub $p_2: y = -\frac{1}{3}x + 1$

878. $A'(13, 0)$, $B'(-5, 4)$, $C'(-1, 14)$, $P_{A'B'C'} = 98$

879. $C(-\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}})$

880. $C(-10, 0)$, lub $C(6, 0)$

881. $o: (x+1)^2 + (y+1)^2 = 10$

882. $o_1: (x-29)^2 + (y+2)^2 = 800$, $o_2: (x+6)^2 + (y-3)^2 = 50$

883. $C(14, 1)$, $D(22, 1)$

884. Wskazówka: z założenia wynika, że punkty A i B można wprowadzić jako odpowiednio $A(3+a, a^2+10)$, $B(3-a, a^2+10)$, gdzie $a \in \mathbb{Z}$

885. $B(8-\sqrt{3}, 3-\sqrt{3})$, $C(8+\sqrt{3}, 3+\sqrt{3})$

886. $B(0, \frac{7}{2})$, $C(5, 6)$, $D(4, \frac{1}{2})$, $P = 25$

887. $m \in (-\infty, -4) \cup (-1, \infty) \setminus \{1\}$

888. Wskazówka: możesz wykorzystać twierdzenie o siecznej i stycznej.

889. $y = 3x - 4$

890. $A(160, -131)$, oraz $B(-225, 184)$

891. $|AD| = \frac{10\sqrt{2}}{3}$

892. $P(-4, -2)$

893. $C_1(-2, 16)$, $D_1(-5, 20)$, lub $C_2(-2, \frac{14}{3})$, $D_2(-5, \frac{26}{3})$

894. Bok AM został podzielony w stosunku 3:1, zaś bok BN w stosunku 3:5.

895. Pod takim kątem α , że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

896. $3x+2y-9=0$, lub $3x+2y-35=0$, lub $2x-3y-6=0$, lub $2x-3y+20=0$

897. 60°

898. $AB: y = x + 8$, $AC: x = -1$, $CB: y = 1$

15.12.1 Z Matur

899. $C(5, 6)$, lub $C(-3, -2)$
900. $B(24, 1)$, $C(4, 11)$, $D(-18, 7)$
901. 90°
902. $B(7, -1)$, $D(0, 10)$, $P = 75$
903. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$
904. $(x - 3)^2 + (y - 12)^2 = 625$
905. $C_1(1 - \sqrt{5}, 3 + \sqrt{5})$, lub $C_2(1 + \sqrt{5}, 3 - \sqrt{5})$
906. $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 6\sqrt{3}$
907. $A(2, 0)$, $B(\frac{26}{5}, \frac{12}{5})$
908. $y = 2x + 7 - 4\sqrt{5}$, oraz $y = 2x + 7 + 4\sqrt{5}$
909. $r = \frac{11}{35}$
910. $B(9, 4)$
911. $a \in (-1, \frac{5}{2})$
912. $C(\frac{8}{3}, \frac{14}{3})$, $D(6, 2)$
913. $C(6, 12)$
914. $y = 0$, oraz $y = \frac{3}{4}x$
915. $x^2 + (y - \frac{1}{3})^2 = \frac{289}{9}$
916. $l: y = -\frac{1}{8}x + 3$, lub $l: y = -\frac{1}{2}x + 6$
917. $B(-\frac{17}{5}, \frac{31}{5})$, $C(-3, -\frac{13}{3})$
918. $A(0, 25)$, $B(0, 0)$, $C(12, 9)$
919. $r = 5\sqrt{2}$, $P(7, 1)$
920. $P(m) = \frac{1}{2}|m^2 - m - 2|$ dla $m \neq -1$ i $m \neq 2$.
Trójkąt jest ostrokątny, gdy $m \in (\frac{-1-\sqrt{17}}{2}, -2) \cup (1, \frac{-1+\sqrt{17}}{2})$.
921. $(x - 10)^2 + (y - 9)^2 = 153$

15.13 Stereometria

15.13.1 Graniastosłupy

922. $V = \frac{a^3\sqrt{9-12\sin^2\alpha}}{8\sin\alpha}$, gdzie $\alpha \in (0, 60^\circ)$

923. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$

924. $V = 6 + 3\sqrt{3}$, $P_c = 15 + 3\sqrt{2} + 7\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$

925. $a = 3$ oraz $h = 6$, lub $a = 5$ oraz $h = 2$

926. $V = a^3\sqrt{ctg^2\alpha - 1}$, $P_c = 2a^2(1 + 2\sqrt{ctg^2\alpha - 1})$

927. $V = 4,488m^3$

928. Dowód

929. $V = \frac{b^3\sqrt{2\cos\beta}}{2\sin\frac{\beta}{2}}$

930. $P_b = 48$

931. W zależności od przyjętego rysunku $tg\alpha = \frac{4-\sqrt{7}}{3}$ lub $tg\alpha = \frac{4+\sqrt{7}}{3}$

932. Przypadki które należy rozpatrzeć to przekrój trójkątny, wtedy $P = \frac{a^2}{2\cos\alpha}$, oraz przypadek w którym przekrój jest trapezem, wtedy $P = a^2 \cdot \frac{\sqrt{2-ctg\alpha}}{\sin\alpha}$

933. $V = \frac{9r^3}{\sin\alpha}\sqrt{3-4\sin^2\alpha}$, $P_c = 6r^2\sqrt{3} + \frac{18r^2}{\sin\alpha}\sqrt{3-4\sin^2\alpha}$

934. $V = 64$

935. $V = \frac{3a^3}{8}(tg\alpha + tg\beta)$, $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\left(\frac{1}{\cos\beta} + \frac{1}{\cos\alpha}\right)$.

15.13.2 Ostrosłupy

936. $\frac{2a}{3}$

937. $V = \frac{a^3 tg\alpha}{12}$, dla przyjętych danych $V = 48\sqrt{3}$

938. $V = \frac{a^3(1+\sqrt{5})}{24}$

939. $V = \frac{a^3 tg\alpha\sqrt{3}}{12}$, $P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + a^2 tg\alpha + \frac{a^2\sqrt{4tg^2\alpha+3}}{4}$

940. $V = \frac{a^3 \sin 2\alpha}{8}$, $P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + a^2 \cos\alpha\sqrt{12-9\cos^2\alpha}$

941. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} tg\alpha$, $P_c = a^2 + a^2\sqrt{1+2tg^2\alpha}$

942. $V = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

943. $V = \frac{b^3 \cos^2 \gamma}{3} \sqrt{1 - 2 \cos^2 \gamma}$

944. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}, P_b = \frac{512\sqrt{15}}{3}$

945. $\left(\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha + 2}{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} \right)^3$

946. $\frac{(\sqrt{P} \operatorname{tg} \alpha)^3 \sqrt{\cos 2\alpha}}{6 \sin \alpha}$

947. $P_c = \frac{2304}{25}$

948. $V = 128\sqrt{3}, P_b = 192$

949. $P_{przekroju} = \frac{h^2 \sin^2 \alpha}{\cos(\beta - \alpha) \cos \alpha}$

950. $V = \frac{b^2 \sqrt{4a^2 - 2b^2}}{12}$

951. $V = \frac{1}{3} a^3 (1 + 2 \operatorname{ctg} \alpha)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha\right)$

952. $V = 192$

953. $\pi (a - b) \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{a - b}{2 \cos \alpha} + b \right)$

954. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$

15.13.3 Bryły obrotowe

955. $V = \frac{a^3 \sin 2\alpha}{6}$

956. $V = \frac{2}{3} \pi \frac{a^3 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)}, P_c = \pi \frac{a \sin \beta \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \left(2a + \frac{a \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} + \frac{a \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \right)$

957. $\frac{2}{3} \pi x^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$

958. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

959. $\pi \left(\frac{3(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{3 + \sqrt{3}} \right)^3$

960. $\alpha = 30^\circ$

961. $V = \frac{d^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{4\pi}$

962. $\frac{V_w}{V_k} = \frac{54}{125}, \sin \alpha = \frac{24}{25}$

963. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}, h = 2\sqrt[3]{6}$

964. $h = 2\sqrt[3]{4R}$

965. $r = \sqrt[6]{2R}, h = 2\sqrt[3]{4R}$

966.

966.1. 60°

966.2. $\frac{4}{9}$

15.13 Stereometria

966.3. $\frac{9}{4}$

967. $\sin \beta = \frac{120}{169}$

968. $V = \frac{2\pi}{3} R^3 \sin^2 \alpha \sin^2 2\alpha$, $P_c = \pi R^2 \sin 2\alpha (\sin 2\alpha + \sin \alpha)$

969. $V = \frac{64\pi}{3}$, $P_c = 32\pi$

970. $H = R \sqrt[3]{15}$

971. 1 : 9

972. $V = \pi a^3 \sin \alpha (1 + \cos \alpha)$

15.13.4 Z Matur

973. $V = \frac{a^3 \cos \alpha}{12\sqrt{4 \sin^2 \alpha - 1}}$

974. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{5}$

975. $\sin \alpha = \sqrt{\frac{32}{41}}$

976. $V = \frac{224}{3}$

977. $V = 1760\sqrt{210}$

978. $V = 4320$

979. $V = \frac{a^3 d}{4\sqrt{3a^2 - 4d^2}}$

980. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

990. $V = \frac{1}{24} b^3 \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}$, $P_c = \frac{b^2 \cos \frac{\alpha}{2}}{4 \cos \beta \sin^2 \frac{\alpha}{2}} (\cos \beta \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \beta)$

991. $V = \frac{32\sqrt{3}}{27}$

992. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} m^3$, $\alpha = 45^\circ$

981. $V = 2500$

982. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

983. $P = a^2 \left(\frac{\sin 2\alpha}{\sin 3\alpha} \right)^2 \cos \alpha$

984. $d = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

985. $P = \frac{9}{2}$

986. $V = \frac{500}{3}$

987. $V = 72\sqrt{3}$

988. $|PS| = \frac{\sqrt{6}}{6}$

989. 45°

993. $V = 624$