WPISUJE ZDAJĄCY

KOD ZDAJĄCEGO

symbol klasy | symbol zdającego

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

dysleksja

STYCZEŃ 2021

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **20** stron (zadania **1–17**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)
Dla dowolnych, różnych od zera, liczb rzeczywistych x i y wyrażenie $\frac{(x-y)^3+(x+y)^3}{(x-y)^2+(x+y)^2}$ można zapisać w postaci

A. $\frac{3x^2y+y^3}{2x^2+2y^2}$. **B.** $\frac{x^3+3xy^2}{x^2+y^2}$. **C.** $\frac{x^3+3x^2y}{2x^2+2y^2}$. **D.** $\frac{3xy^2+y^3}{x^2+y^2}$.

Zadanie 2. (0–1)
Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) o wyrazach dodatnich jest 4 razy większa od drugiego wyrazu tego ciągu. Iloraz ciągu (a_n) jest równy

A. $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Zadanie 3. (0–1)
Równanie $3x^5-10x^3+15x+17=0$

A. nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.
D. ma dokładnie pięć rozwiązań rzeczywistych.

Zadanie 4. (0–1)
Która spośród liczb: $a=\sin\frac{13\pi}{12}$, $b=\cos\frac{11\pi}{12}$, $c=\operatorname{tg}\frac{5\pi}{12}$, $d=\cos\frac{\pi}{12}$ jest największa?

A. a **B.** b **C.** c **D.** d

Zadanie 5. (0–1)
Środkiem symetrii wykresu funkcji f, określonej wzorem $f(x)=\frac{2x-1}{x-3}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 3$, jest punkt o współrzędnych

A. $(1, 3)$. **B.** $(3, 1)$. **C.** $(-3, 2)$. **D.** $(3, 2)$.

Zadanie 6. (0–2)
Dane są wektory $\vec{u}=[2,-3]$, $\vec{v}=[-1,5]$. Oblicz długość wektora $2\vec{u}-3\vec{v}$.

W kratki poniżej wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę jedności oraz pierwszą i drugą cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	1	2	3	4	5	6
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	2
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 7. (0–2)

Oblicz granicę $\lim\limits_{x \to -1^+} \frac{3x^2 - 3}{x^3 - 3x - 2}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 8. (0–2)

Dany jest trójkąt o polu równym 3. Największy kąt tego trójkąta leży między bokami o długościach 2 i 6. Oblicz cosinus tego kąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	7	8
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 9. (0–2)
Ciąg $(|x|, \log_4 y, 2)$ jest arytmetyczny ($y > 0$). Rozważ y jako funkcję zmiennej x: $y = f(x)$. Zapisz wzór funkcji $f(x)$, a następnie wyznacz jej najmniejszą wartość.

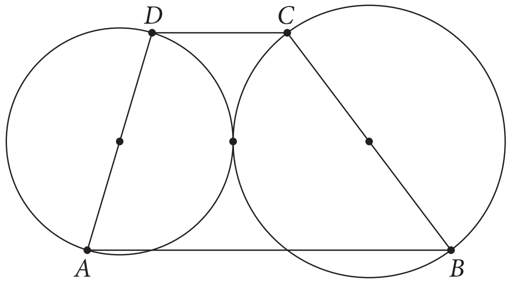
Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–3)
Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^4 + y^4 + 1 > x^3y + xy^3$.

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	9	10
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 11. (0–3)

Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD. Okręgi o średnicach AD i BC (ramiona tego trapezu) są styczne zewnętrznie, jak na rysunku. Udowodnij, że w trapez $ABCD$ można wpisać okrąg.



Zadanie 12. (0–4)
Rozwiąż nierówność $\sin 2x + 2\sin x \geqslant \cos x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11	12
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 13. (0–4)

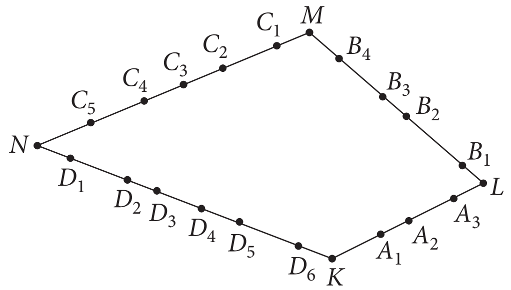
Punkt $S=(s,0)$ jest środkiem okręgu c_1, przy czym s jest liczbą ujemną. Obrazem tego okręgu w jednokładności o środku $O=(4,1)$ i skali $k=2$ jest okrąg c_2. Odległość środków obu okręgów jest równa $5\sqrt{2}$, a suma długości ich promieni wynosi $3\sqrt{5}$. Wyznacz równanie okręgu c_2.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–4)

Dany jest czworokąt wypukły $KLMN$. Na jego boku KL zaznaczono trzy różne punkty (A_1, A_2, A_3), na boku LM – cztery różne punkty (B_1, B_2, B_3, B_4), na boku MN – pięć różnych punktów (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5), a na boku KN – sześć różnych punktów (D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6), jak na rysunku.



Spośród 22 punktów ze zbioru $\{K, L, M, N, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6\}$ losujemy trzy. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowane punkty będą wierzchołkami pewnego trójkąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)
Dany jest trójmian kwadratowy $x^2 + (2m + 2)x + 5m^3 - m$.

a) Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których trójmian ma dwa różne pierwiastki.

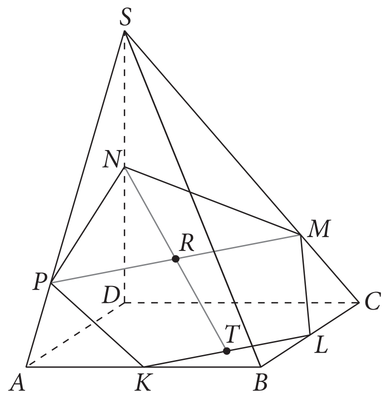
b) Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których trójmian ma dwa pierwiastki, z których jeden jest dodatni, a drugi mniejszy od -2.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–6)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$ o boku długości $2\sqrt{2}$. Krawędź boczna DS jest wysokością tego ostrosłupa, a jej długość jest równa 8. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez punkty: K, L i N, które są odpowiednio środkami krawędzi: AB, BC i DS. Otrzymany w ten sposób przekrój to pięciokąt $KLMNP$ (jak na rysunku). Przekątna PM tego pięciokąta oraz odcinek TN, łączący wierzchołek N ze środkiem przeciwległego boku KL, przecinają się w punkcie R.



Oblicz odległość punktu R od przekątnej BD podstawy ostrosłupa.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**16**
	Maks. liczba pkt	**6**
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 17. (0–7)

Dane są: funkcja f, określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \geqslant -1$ wzorem $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$, oraz punkt $A = (4, 0)$. Rozpatrujemy wszystkie odcinki AP, których koniec P leży na wykresie funkcji f. Wyznacz współrzędne tego spośród punktów P, dla którego długość odcinka $|AP|$ jest najmniejsza. Oblicz tę długość.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	17
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)