1.

1. $\lim\limits_{x\to 3} (2x-5)^4(x-2) = 1$

2. $\lim\limits_{x\to 4} \sqrt{3x+4} = 4$

4. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2} (x+2) = 4$

3. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{4-x}{(2+x)^2(2-3x)} = \frac{3}{9\cdot(-1)} = -\frac{1}{3}$

5. $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^4-8x^2-9}{x^3+3x^2} = \lim\limits_{x\to -3} \frac{(x^2-9)(x^2+1)}{x^2(x+3)} = \lim\limits_{x\to -3} \frac{(x-3)(x^2+1)}{x^2} = \frac{-6\cdot 10}{9} = -\frac{20}{3}$

6. $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^3+8}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to -2} \frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)(x-2)} = \frac{12}{-4} = -3$

7. $\lim\limits_{x\to 5} \frac{125-x^3}{x^2-6x+5} = \lim\limits_{x\to 5} \frac{(5-x)(25+5x+x^2)}{(x-5)(x-1)} = -\frac{75}{4} =$

8. $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^4-5x^2+4}{x^4+2x^2-8} = \lim\limits_{x\to -1} \frac{(x^2-4)(x^2-1)}{(x^2+4)(x^2-2)} = 0$

9. $\lim\limits_{x\to -4} \frac{x+4}{\frac{1}{4}+\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to -4} (x+4)\cdot\frac{4x}{x+4} = -16$

10. $\lim\limits_{x\to -2} \left(\frac{(x+2)(x-1)}{x+2} + \frac{x+2}{(x+2)(x^2-2x+4)}\right) = -3 + \frac{1}{12} = -2\frac{11}{12}$

11. $\lim\limits_{x\to 3} \left(\frac{\sqrt{2x+10}-4}{x-3}\right)\left(\frac{\sqrt{2x+10}+4}{\sqrt{2x+10}+4}\right) = \lim\limits_{x\to 3} \frac{2(x-3)}{(x-3)(\sqrt{2x+10}+4)} = \frac{1}{4}$

13. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}\cdot\frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$

12. $\lim_{x \to 0} \frac{x}{3-\sqrt{9+x}} \cdot \frac{3+\sqrt{9+x}}{3+\sqrt{9+x}} = -6$

14. $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{7x+2}-\sqrt{5x+6}}{3x-6} \cdot \frac{\sqrt{7x+2}+\sqrt{5x+6}}{\sqrt{7x+2}+\sqrt{5x+6}} = \frac{1}{12}$

15. $\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)^2}{|x-1|} = 0$

16. $\lim_{x \to 0} \frac{x^{\cancel{4}}(x^2-2)}{|x|}$ < $\lim_{x \to 0^+} \frac{x(x^2-2)}{x} = -2$; $\lim_{x \to 0^-} \frac{x(x^2-2)}{-x} = 2$

nie istnieje

17. $\lim_{x \to 0} \frac{|x|^2+|x|}{|x|} = \lim_{x \to 0} (|x|+1) = 1$

18. $\lim_{x \to -2} \frac{4-x^2}{|2+x|}$ < $\lim_{x \to -2^+} \frac{(2-x)(2+x)}{2+x} = 4$; $\lim_{x \to -2^-} \frac{(2-x)(2+x)}{-(2+x)} = -4$

nie istnieje

19. $\lim_{x \to -2} \frac{|2+x|^3}{(2+x)^2} = \lim_{x \to -2} \frac{(2+x)^2 \cdot |2+x|}{(2+x)^2} = 0$

2.

1. $$\lim_{x \to 4^+} \frac{(x-4)(x+3)}{(x-4)(x-4)} = +\infty$$

2) $$\lim_{x \to 6^-} \frac{-7(6-x)^3}{(x+4)(x-6)} = 0$$

3. $$\lim_{x \to 6^+} \frac{(x+4)(x-6)}{2(x-6)^5} = +\infty$$

4. $$\lim_{x \to -3^+} \frac{4x+7}{(x+3)(x-2)} = +\infty$$

5. $$\lim_{x \to -2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(x+3)} = -4$$

6. $$\lim_{x \to -1^-} \frac{(x^2-1)(x+1)}{(x^2-1)^2} = +\infty$$

7. $$\lim_{x \to 7^-} \frac{15-2x}{(x-7)(x-2)} = -\infty$$

8. $$\lim_{x \to -1^-} \frac{(x-2)(x+1)}{(x+1)^3} = -\infty$$

3.

1. Da się, $f(1) = -1$, $\lim_{x \to 1} f(x) = -1$

2. Da się $f(0) = 1$, $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$

3. Nie da się $\lim_{x \to 4^-} f(x) = 8 \neq \lim_{x \to 4^+} f(x) = -8$

4. Nie da się $\lim_{x \to 3^-} f(x) = 14 \neq \lim_{x \to 3^+} f(x) = \sqrt{11}$

5. Da się $f(0) = 3$, $\lim_{x \to 0} f(x) = 3$

6. Da się $f(3) = \frac{3}{2}$, $\lim_{x \to 3} f(x) = \frac{3}{2}$

4. $f(2) = 4$

5.

1. $f'(x) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$

2. $f'(x) = \frac{5}{3} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

3. $f'(x) = 6x^2 - 5$

4. $f'(x) = 6x^2 - 42x + 60$

5. $f'(x) = 2x - 3 + \frac{1}{x^2} = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^2}$

6. $f'(x) = \frac{-a}{x^2}$

7. $f'(x) = \frac{-2x^2 + 2x - 3}{(x^2 + x - 2)^2}$

8. $f'(x) = \frac{7}{6}\sqrt[6]{x} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$

9. $f'(x) = \frac{-x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1}{(x^3 + 1)^2}$

10. $f'(x) = 6(2x - 1)^2$

11. $f'(x) = \frac{x^2 - 14x - 14}{(x - 7)^2}$

12. $f'(x) = \frac{-6x - 9}{(x^2 + 3x)^2}$

13. $f'(x) = \frac{-2x^2 - 10}{(x^2 - 5)^2}$

14. $f'(x) = \frac{-5(4x^3 + 6x^2)}{(x^4 + 2x^3 + 1)^2}$

6.

1. $f'(1)=2$

2. $f'(2)=\frac{4}{3}\sqrt[3]{2}$

3. $f'(3)=\frac{1}{8}$

4. $f'(1)=-1$

7.

1. $y=3x-4$

2. $y=-x+2$

3. $y=\frac{1}{2}x+\cancel{4}2$

4. $\cancel{y=}$ $l_1: y=\frac{3}{4}x-\frac{9}{2}$

   $l_2: y=-3x-18$

8. $x=-\frac{1}{2}$

9. $x=\frac{1}{2}$

10. $a\in\left\{-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\}$

11. $f\downarrow$ dla $x\in(-\infty,1\rangle$

    $f\downarrow$ dla $x\in\langle 4,+\infty)$

12. $f\nearrow$ dla $x\in(-\infty,-2\rangle$

    $f\nearrow$ dla $x\in\langle 1,+\infty)$

13. $f\nearrow$ dla $x\in\langle 0,+\infty)$

14

1. $f\nearrow$ dla $x\in(-\infty,-4\rangle$

   $f\downarrow$ dla $x\in\langle -4,-3)$

   $f\downarrow$ dla $x\in(-3,-2\rangle$

   $f\nearrow$ dla $x\in\langle -2,+\infty)$

2. $f\nearrow$ $x\in(-\infty,-\frac{8}{3}\rangle$

   $f\downarrow$ $x\in\langle -\frac{8}{3},2\rangle$

   $f\nearrow$ $x\in\langle 2,+\infty)$

3. $f\nearrow$ $x\in(-\infty,\frac{1}{3}\rangle$

   $f\downarrow$ $x\in\langle \frac{1}{3},1\rangle$

   $f\nearrow$ $x\in\langle 1,+\infty)$

4. $f\nearrow$ $x\in(-\infty,-\frac{1}{3})$

   $f\nearrow$ $x\in(-\frac{1}{3},+\infty)$

5. $f\nearrow$ $x\in(-\infty,-1\rangle$

   $f\downarrow$ $x\in\langle -1,0)$

   $f\downarrow$ $x\in(0,1\rangle$

   $f\nearrow$ $x\in\langle 1,+\infty)$

6. $f\nearrow$ $x\in(-\infty,-2)$

   $f\downarrow$ $x\in(-2,2)$

   $f\downarrow$ $x\in(2,+\infty)$

14.7

$f\nearrow \ x\in(-\infty,-1)$

$f\downarrow \ x\in(-1,0\rangle$

$f\nearrow \ x\in\langle 0,2)$

$f\downarrow \ x\in(2,+\infty)$

8. $f\downarrow \ x\in(-\infty,2)$

$f\nearrow \ x\in(2,6\rangle$

$f\downarrow \ x\in\langle 6,+\infty)$

15. $f\downarrow \ x\in(-\infty,0\rangle$

$f\nearrow \ x\in\langle 0,+\infty)$

16. Wystarczy pokazać, że $f'(x)>0$ dla $\forall x\in\mathbb{R}$

17.

1. maks. lokalne dla $x=0$ wynosi -2

mini. lokalne dla $x=2$ wynosi -20

2. brak ekstremów

3. maks. lokalne dla $x=-1$ wynosi 0

min. lokalne dla $x=1$ wynosi 1

4. maks lokalne dla $x=\frac{2}{3}$, wynosi $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

min. lokalne dla $x=0$ wynosi 0

17.5 Brak ekstremów

18. wartość najmniejsza dla $x=1$ wynosi -6
wartość największa dla $x=3$ wynosi 46

19. wartość najmniejsza dla $x=1 \vee x=-1$ wynosi 11
wartość największa dla $x=2 \vee x=-2$ wynosi 13

20. wartość najmniejsza dla $x=-1$ wynosi -12
wartość największa dla $x=1$ wynosi 2

21. Ważne! $D_f = (0,1) \cup (2,3)$
$f \downarrow$ dla $x \in (0,1)$, ~~fmdlaxer~~
$f \nearrow$ dla $x \in (2,3)$, brak ekstremów