Zadanie 2.2. [matura, czerwiec 2010, zad. 6. (3 pkt)]
Wykaż, że nie istnieje wielomian $W(x)$ stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, który spełnia warunki: $W(2) = 3$ i $W(-2) = 2$.

Zadanie 2.3. [matura, maj 2012, zad. 2. (4 pkt)]
Rozwiąż nierówność $x^4 + x^2 \geq 2x$.

Zadanie 2.4. [matura, czerwiec 2012, zad. 2. (4 pkt)]
Wielomian $W(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 24x + 9$ jest kwadratem wielomianu $P(x) = x^2 + cx + d$. Oblicz a oraz b.

Zadanie 2.5. [matura, maj 2013, zad. 8. (4 pkt)]
Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 4x^3 - 5x^2 - 23x + m$ przez dwumian $x + 1$ jest równa 20. Oblicz wartość współczynnika m oraz pierwiastki tego wielomianu.

Zadanie 2.6. [matura, czerwiec 2013, zad. 12. (4 pkt)]
Pierwiastkami wielomianu stopnia trzeciego są liczby 1, 3, 5. Współczynnik przy najwyższej potędze zmiennej tego wielomianu jest równy $\frac{1}{2}$. Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej wartość tego wielomianu jest liczbą podzielną przez 24.

Zadanie 2.7. [matura, maj 2014, zad. 10. (5 pkt)]
Wyznacz wszystkie całkowite wartości parametru m, dla których równanie $(x^3 + 2x^2 + 2x + 1)(x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m) = 0$ ma trzy, parami różne, pierwiastki rzeczywiste, takie że jeden z nich jest średnią arytmetyczną dwóch pozostałych.

Zadanie 2.8. [matura, czerwiec 2014, zad. 9. (5 pkt)]
Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 6x^3 + (m+4)x^2 - 2x - 1$ przez dwumian $x - m$ jest równa 8. Oblicz wartość m oraz pierwiastki tego wielomianu.

Zadanie 2.9. [matura, maj 2015, zad. 15. (6 pkt)]
Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki a, b i c. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

Zadanie 2.10. [matura, maj 2015, zad. 2 swe. (5 pkt)]
Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 3mx^2 + (3m^2 - 1)x - 9m^2 + 20m + 4$. Wykres tego wielomianu, po przesunięciu o wektor $\vec{u} = [-3, 0]$, przechodzi przez początek układu współrzędnych. Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu W.

Zadanie 2.11. [matura, czerwiec 2015, zad. 5. (1 pkt)]
Zbiór K – to zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których wartość liczbowa wyrażenia $\sqrt{x(x^2 - 9)}$ jest liczbą rzeczywistą. Zatem

A. $K = \langle -3, 0\rangle \cup \langle 3; +\infty)$ **B.** $K = (-\infty; -3\rangle \cup \langle 0, 3\rangle$
C. $K = (-3, 0) \cup (3, +\infty)$ **D.** $K = (-\infty, -3) \cup (0, 3)$

Zadanie 2.12. [matura, czerwiec 2015, zad. 10 swe. (4 pkt)]
Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których liczba 1 jest jedynym całkowitym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = mx^3 + x^2 + (m^2 - 9)x + m$.

Zadanie 2.13. [matura, maj 2016, zad. 2. (1 pkt)]
Wielomian $W(x) = 6x^3 + 3x^2 - 5x + p$ jest podzielny przez dwumian $x - 1$ dla p równego

A. 4 **B.** −2 **C.** 2 **D.** −4

Zadanie 2.14. [matura, maj 2017, zad. 5. (2 pkt)]
Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 - 2x^2 + ax + \frac{3}{4}$ przez dwumian $x - 2$ jest równa 1.
Oblicz wartość współczynnika a.
W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 2.15. [matura, maj 2017, zad 2 swe. (5 pkt)]
Dany jest wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 - 13x + b$. Liczba 3 jest jednym z pierwiastków tego wielomianu. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x + 2)$ jest równa 20. Oblicz współczynniki a i b oraz pozostałe pierwiastki wielomianu $W(x)$.

Zadanie 2.16. [matura, maj 2018, zad. 8 swe. (4 pkt)]
Liczba $\frac{2}{5}$ jest pierwiastkiem wielomianu $W(x) = 5x^3 - 7x^2 - 3x + p$. Wyznacz pozostałe pierwiastki tego wielomianu i rozwiąż nierówność $W(x) > 0$.

Zadanie 2.17. [matura, czerwiec 2018, zad. 8. (3 pkt)]
Wykaż, że równanie $x^8 + x^2 = 2(x^4 + x - 1)$ ma tylko jedno rozwiązanie rzeczywiste $x = 1$.

Zadanie 2.18. [matura, czerwiec 2018, zad. 10 swe. (6 pkt)]
Wielomian $W(x) = x^3 + cx^2 - 10x + d$ jest podzielny przez dwumian $P(x) = x + 2$.
Przy dzieleniu wielomianu $W(x)$ przez dwumian $Q(x) = x - 1$ otrzymujemy resztę (−30). Oblicz pierwiastki wielomianu $W(x)$ i rozwiąż nierówność $W(x) \geq 0$.

Zadanie 1.10. [matura, czerwiec 2013, zad. 2. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $(m+1)x^2-3mx+m+1=0$ ma dwa różne pierwiastki takie, że ich suma jest nie większa niż 2,5.

Zadanie 1.11. [matura, maj 2014, zad. 2. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których funkcja kwadratowa $f(x)=x^2-(2m+2)x+2m+5$ ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 takie, że suma kwadratów odległości punktów $A=(x_1, 0)$, $B=(x_2, 0)$ od prostej o równaniu $x+y+1=0$ jest równa 6.

Zadanie 1.12. [matura, czerwiec 2014, zad. 6. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2+(2m-5)x+2m+3=0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1+x_2)^2 \geq x_1^2 \cdot x_2^2 \geq x_1^2+x_2^2$.

Zadanie 1.13. [matura, maj 2015, zad. 7. (2 pkt)]

Liczby (-1) i 3 są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f. Oblicz $\frac{f(6)}{f(12)}$.

Zadanie 1.14. [matura, maj 2015, zad. 13. (5 pkt)]

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x)=(m+1)x^2+2(m-2)x-m+4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2, spełniające warunek $x_1^2-x_2^2=x_1^4-x_2^4$.

Zadanie 1.15. [matura, maj 2015, zad. 3 swe. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $(m^2-m)x^2-x+1=0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $\frac{1}{x_1+x_2} \leq \frac{m}{3} \leq \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$.

Zadanie 1.16. [matura, czerwiec 2015, zad. 15. (6 pkt)]

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{m^2+m-6}{m-5}x^2-2(m-2)x+m-5$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz całkowite wartości parametru m, dla których funkcja f przyjmuje wartość największą i ma dwa różne miejsca zerowe o jednakowych znakach.

Zadanie 1.17. [matura, czerwiec 2015, zad. 1 swe. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2+2(m-1)x+m^2+m-1=0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1+x_2)(x_1^2+x_2^2)=x_1^3+x_2^3$.

Zadanie 1.18. [matura, maj 2016, zad. 12. (6 pkt)]

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x)=x^2+2(m+1)x+6m+1$. Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m, dla których ten trójmian ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $|x_1-x_2|<3$.

Zadanie 1.19. [matura, czerwiec 2016, zad. 12. (4 pkt)]

Liczba m jest sumą odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania $k^2x^2+(k-1)x+1=0$, gdzie $k \neq 0$. Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej wzorem $f(k)=2^m$.
Uwaga. W oryginalnym zadaniu był zapis $f(x)=2^m$.

Zadanie 1.20. [matura, czerwiec 2016, zad. 3 swe. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2+3x+\frac{2-m}{3-m}=0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $x_1^3+x_2^3>-9$.

Zadanie 1.21. [matura, maj 2017, zad. 12. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $4x^2-6mx+(2m+3)(m-3)=0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2, przy czym $x_1<x_2$, spełniające warunek $(4x_1-4x_2-1)(4x_1-4x_2+1)<0$.

Zadanie 1.22. [matura, czerwiec 2017, zad. 6. (2 pkt)]

Funkcja kwadratowa $f(x)=-x^2+bx+c$ ma dwa miejsca zerowe: $x_1=-1$, $x_2=12$. Oblicz największą wartość tej funkcji. Zakoduj kolejno, od lewej do prawej, cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 1.23. [matura, czerwiec 2017, zad. 13. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2-3mx+2m^2+1=0$ ma dwa różne rozwiązania takie, że każde należy do przedziału $(-\infty, 3)$.

Zadanie 1.24. [matura, maj 2018, zad. 12. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2+(m+1)x-m^2+1=0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 $(x_1 \neq x_2)$, spełniające warunek $x_1^3+x_2^3>-7x_1x_2$.

Zadanie 1.25. [matura, czerwiec 2018, zad. 14. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2-3mx+(m+1)(2m-1)=0$ ma dwa różne rozwiązania x_1, x_2 spełniające warunki: $x_1 \cdot x_2 \neq 0$ oraz $0<\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2} \leq \frac{2}{3}$.

2. Wielomiany

Zadanie 2.1. [matura, maj 2010, zad. 4. (4 pkt)]

Wyznacz wartości a i b współczynników wielomianu $W(x)=x^3+ax^2+bx+1$ wiedząc, że $W(2)=7$ oraz, że reszta z dzielenia $W(x)$ przez $(x-3)$ jest równa 10.