ZADANIA MATURALNE

1. Funkcja kwadratowa

Zadanie 1.1. [matura, maj 2010, zad. 6. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + mx + 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste takie, że suma ich kwadratów jest większa od $2m^2 - 13$.

Zadanie 1.2. [matura, sierpień 2010, zad. 4. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 - (m-4)x + m^2 - 4m = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste, których suma jest mniejsza od $2m^3 - 3$.

Zadanie 1.3. [matura, sierpień 2010, zad. 5. (4 pkt)]

Narysuj wykres funkcji f określonej wzorem $f(x) = x^2 - 4|x|$ i na jego podstawie wyznacz liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru m.

Zadanie 1.4. [matura, maj 2011, zad. 3. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 - 4mx - m^3 + 6m^2 + m - 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 - x_2)^2 < 8(m+1)$.

Zadanie 1.5. [matura, czerwiec 2011, zad. 2. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $2x^2 - (m-2)x - 3m = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 \leq 25$.

Zadanie 1.6. [matura, maj 2012, zad. 1. (4 pkt)]

Wyznacz cztery kolejne liczby całkowite takie, że największa z nich jest równa sumie kwadratów trzech pozostałych liczb.

Zadanie 1.7. [matura, maj 2012, zad. 4. (6 pkt)]

Oblicz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 - (m+2)x + m + 4 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $x_1^4 + x_2^4 = 4m^3 + 6m^2 - 32m + 12$.

Zadanie 1.8. [matura, czerwiec 2012, zad. 4. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $2x^2 + (3-2m)x - m + 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 takie, że $|x_1 - x_2| = 3$.

Zadanie 1.9. [matura, maj 2013, zad. 6. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + 2(1-m)x + m^2 - m = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $x_1x_2 \leq 6m \leq x_1^2 + x_2^2$.

Zadanie 1.10. [matura, czerwiec 2013, zad. 2. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $(m+1)x^2 - 3mx + m + 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki takie, że ich suma jest nie większa niż 2,5.

Zadanie 1.11. [matura, maj 2014, zad. 2. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - (2m+2)x + 2m + 5$ ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 takie, że suma kwadratów odległości punktów $A = (x_1, 0)$, $B = (x_2, 0)$ od prostej o równaniu $x + y + 1 = 0$ jest równa 6.

Zadanie 1.12. [matura, czerwiec 2014, zad. 6. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + (2m-5)x + 2m + 3 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 + x_2)^2 \geq x_1^2 \cdot x_2^2 \geq x_1^2 + x_2^2$.

Zadanie 1.13. [matura, maj 2015, zad. 7. (2 pkt)]

Liczby (-1) i 3 są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f. Oblicz $\dfrac{f(6)}{f(12)}$.

Zadanie 1.14. [matura, maj 2015, zad. 13. (5 pkt)]

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2, spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

Zadanie 1.15. [matura, maj 2015, zad. 3 swe. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $(m^2 - m)x^2 - x + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $\dfrac{1}{x_1 + x_2} \leq \dfrac{m}{3} \leq \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2}$.

Zadanie 1.16. [matura, czerwiec 2015, zad. 15. (6 pkt)]

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \dfrac{m^2 + m - 6}{m-5}x^2 - 2(m-2)x + m - 5$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz całkowite wartości parametru m, dla których funkcja f przyjmuje wartość największą i ma dwa różne miejsca zerowe o jednakowych znakach.

Zadanie 1.17. [matura, czerwiec 2015, zad. 1 swe. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + 2(m-1)x + m^2 + m - 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) = x_1^3 + x_2^3$.

Zadanie 1.18. [matura, maj 2016, zad. 12. (6 pkt)]

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = x^2 + 2(m+1)x + 6m + 1$. Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m, dla których ten trójmian ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $|x_1 - x_2| < 3$.

Zadanie 1.19. [matura, czerwiec 2016, zad. 12. (4 pkt)]

Liczba m jest sumą odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania $k^2x^2 + (k-1)x + 1 = 0$, gdzie $k \neq 0$. Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej wzorem $f(k) = 2^m$.
Uwaga. W oryginalnym zadaniu był zapis $f(x) = 2^m$.

Zadanie 1.20. [matura, czerwiec 2016, zad. 3 swe. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + 3x + \dfrac{2-m}{3-m} = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > -9$.

Zadanie 1.21. [matura, maj 2017, zad. 12. (5 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $4x^2 - 6mx + (2m+3)(m-3) = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2, przy czym $x_1 < x_2$, spełniające warunek $(4x_1 - 4x_2 - 1)(4x_1 - 4x_2 + 1) < 0$.

Zadanie 1.22. [matura, czerwiec 2017, zad. 6. (2 pkt)]

Funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = -1$, $x_2 = 12$. Oblicz największą wartość tej funkcji. Zakoduj kolejno, od lewej do prawej, cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 1.23. [matura, czerwiec 2017, zad. 13. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 - 3mx + 2m^2 + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania takie, że każde należy do przedziału $(-\infty, 3)$.

Zadanie 1.24. [matura, maj 2018, zad. 12. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 $(x_1 \neq x_2)$, spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2$.

Zadanie 1.25. [matura, czerwiec 2018, zad. 14. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie
$x^2 - 3mx + (m+1)(2m-1) = 0$
ma dwa różne rozwiązania x_1, x_2 spełniające warunki: $x_1 \cdot x_2 \neq 0$ oraz $0 < \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} \leq \dfrac{2}{3}$.

2. Wielomiany

Zadanie 2.1. [matura, maj 2010, zad. 4. (4 pkt)]

Wyznacz wartości a i b współczynników wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ wiedząc, że $W(2) = 7$ oraz, że reszta z dzielenia $W(x)$ przez $(x-3)$ jest równa 10.