

# Odpowiedzi II

## Trygonometria

1.

$$1.1. \begin{cases} \cos x = -\frac{12}{13} \\ \operatorname{tg} x = \frac{5}{12} \\ \operatorname{ctg} x = \frac{12}{5} \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} \sin x = \frac{8}{17} \\ \cos x = -\frac{15}{17} \\ \operatorname{ctg} x = -\frac{15}{8} \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \\ \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \operatorname{ctg} x = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

2.

$$2.1. -\frac{1}{4}$$

$$2.2. \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$2.3. \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$2.4. \frac{7}{8}$$

3.

3.1. Jest dla ustalonej dziedziny

3.2. Jest dla ustalonej dziedziny

3.3. Jest dla ustalonej dziedziny

3.4. Jest dla ustalonej dziedziny

3.5. Nie jest

3.6. Jest dla ustalonej dziedziny

3.7. Jest dla ustalonej dziedziny

3.8. Jest dla ustalonej dziedziny

4.

5.

5.1. Nie jest

5.2. Jest dla ustalonej dziedziny

5.3. Jest dla ustalonej dziedziny

5.4. Jest dla ustalonej dziedziny

6.

6.1.

6.2. Wskazówka: pomnóż i podziel lewą stronę równości przez  $2 \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$

6.3. Wskazówka jak wyżej

6.4.

7.

7.1. Jest to tożsamość

7.2. Jest to tożsamość

7.3. Nie jest to tożsamość (dziedzina lewej i prawej strony nie jest zgodna, chociaż lewa strona przekształca się w prawą)

7.4. Jest to tożsamość

7.5. Jest to tożsamość

7.6. Jest to tożsamość

7.7. Jest to tożsamość

- 7.8. Nie jest to tożsamość (dziedzina lewej i prawej strony nie jest zgodna, chociaż lewa strona przekształca się w prawą)
- 7.9. Jest to tożsamość
- 7.10. Nie jest to tożsamość (dziedzina lewej i prawej strony nie jest zgodna, chociaż lewa strona przekształca się w prawą)
- 7.11. Jest to tożsamość
- 7.12. Jest to tożsamość
- 7.13. Jest to tożsamość
8. Wskazówka: podnieś założenie do potęgi 2.
9. Wskazówka: przekształć lewą stronę tezy wykorzystując założenia.
10. Halo, wolfram?
- 11.
- 11.1.  $Z_w = \langle 2; 4 \rangle$
- 11.2.  $Z_w = \langle 3; 5 \rangle$
- 11.3.  $Z_w = \langle 3; 5 \rangle$
- 11.4.  $Z_w = \langle 4; 5 \rangle$
- 11.5.  $Z_w = \langle 0; 4 \rangle$
- 12.
- 12.1. Wartość minimalna  $-2$ , wartość maksymalna  $2$ .
- 12.2. Wartość minimalna  $-\frac{3}{4}$ , wartość maksymalna  $\frac{3}{2}$ .
- 12.3. Wartość minimalna  $0$ , wartość maksymalna  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .
- 12.4. Wartość minimalna  $\frac{2}{3}$ , wartość maksymalna  $6$ .
- 12.5. Wartość minimalna  $7$ , wartość maksymalna  $13$ .
13. W każdej odpowiedzi przyjmuję  $k \in \mathbb{C}$
- 13.1.  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$
- 13.2.  $x = \frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi$
- 13.3.  $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$
- 13.4.  $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$  lub  $x = \frac{11\pi}{12} + k\pi$
- 13.5.  $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}$  lub  $x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}$
- 13.6.  $x = \frac{\pi}{3} + 4k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{3} + 4k\pi$  lub  $x = \frac{11\pi}{3} + 4k\pi$
- 13.7.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2}{3}k\pi$
- 13.8.  $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}k\pi$
- 13.9.  $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$
- 13.10.  $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$
- 13.11.  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$
- 13.12.  $x = k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$
- 13.13.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$
- 13.14.  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$
- 13.15.  $x = k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$
- 13.16.  $x = \frac{3\pi}{2} + 6k\pi$
- 13.17.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

- 13.18.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$   
 13.19.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$   
 13.20.  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$   
 13.21.  $x = k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$   
 13.22.  $x = 2k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + 4k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi$   
 13.23.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$   
 13.24.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$  lub  $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$   
 13.25.  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

14. S

- 14.1.  $x \in \left(\frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}k\pi; \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}k\pi\right)$   
 14.2.  $x \in \left(-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} + \frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{12} - \frac{1}{2} + \frac{k\pi}{2}\right)$   
 14.3.  $x \in \left(-\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi; \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}k\pi; \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi\right)$   
 14.4.  $x \in \left(-\frac{\pi}{6} - \frac{7}{3} + \frac{k\pi}{3}; -\frac{\pi}{9} - \frac{7}{3} + \frac{k\pi}{3}\right) \cup \left[\frac{\pi}{9} - \frac{7}{3} + \frac{k\pi}{3}; \frac{\pi}{6} - \frac{7}{3} + \frac{k\pi}{3}\right)$   
 14.5.  $x \in \left[\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\right]$   
 14.6.  $x \in \left[0 + 2k\pi; \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \pi + 2k\pi\right]$   
 14.7.  $x \in \left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right) \setminus \{\pi + 2k\pi\}$   
 14.8.  $x \in \left[-\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\right]$   
 14.9.  $x \in \left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right)$   
 14.10.  $x \in \left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right)$   
 14.11.  $x \in \left(\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi\right)$   
 14.12.  $x \in \left[\frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \pi + 2k\pi\right] \cup \left[\frac{4\pi}{3} + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi\right]$   
 14.13.  $x \in \left[0 + 2k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi\right] \cup \left(\frac{5\pi}{4} + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi\right]$   
 14.14.  $x \in \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right\}$   
 14.15.  $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi\right)$   
 14.16.  $x \in \left(-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right)$   
 14.17. błąd  
 14.18. błąd  
 14.19.  $x \in \left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$   
 14.20.  $x \in \left(-\frac{1}{2} + k; k\right) \cup \left(\frac{1}{4} + k; \frac{1}{2} + k\right)$

15.

- 15.1.  $x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}\right)$   
 15.2. brak rozwiązań  
 15.3.  $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right] \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}\right] \cup \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$   
 15.4.  $x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right] \cup \left(\frac{5\pi}{6}; 2\pi\right]$   
 15.5.  $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{3}; 2\pi\right]$   
 15.6.  $x \in \left[0; \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4}; 2\pi\right]$

- 15.7.  $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}; 2\pi\right]$
- 16.
- 16.1.  $x \in [-4; -\pi) \cup (0; \pi)$
- 16.2.  $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right)$
- 16.3.  $x \in \left[\frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right]$
- 16.4.  $x \in \left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$
- 17.
- 17.1.  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$
- 17.2. Po prawej stronie powinien być  $\sqrt{2}$ , wtedy rozwiązanie to  $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi$
- 17.3.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$
- 17.4.  $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$
- 17.5.  $x = \frac{2\pi}{3} + 4k\pi$  lub  $x = \frac{10\pi}{3} + 4k\pi$
- 17.6.  $x = \pi + 2k\pi$  lub  $x = \frac{4\pi}{3} + 4k\pi$  lub  $x = \frac{8\pi}{3} + 4k\pi$
- 17.7.  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$
- 17.8.  $x = k\pi$
- 17.9.  $x = \frac{k\pi}{2}$
- 17.10.  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$  lub  $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$
- 17.11.  $x = \frac{5\pi}{6} + 5k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{3} + 5k\pi$  lub  $x = \frac{10\pi}{3} + 5k\pi$  lub  $x = \frac{25\pi}{6} + 5k\pi$
- 17.12.  $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$  lub  $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{8} + k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{8} + k\pi$
- 17.13.  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$
- 17.14.  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$
- 17.15.  $x = k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}$
- 17.16.  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$
- 17.17.  $x = k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$
- 17.18.  $x = k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$  lub  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$
- 17.19.  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
- 17.20.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  lub  $x = \pi + k\pi$
- 17.21.  $x = \pi + 4k\pi$
- 17.22.  $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$
- 17.23.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  lub  $x = 1$
- 17.24.  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$
- 17.25.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}k\pi$
- 17.26.  $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$
- 17.27.  $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$
- 17.28.  $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$
- 17.29.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
- 17.30. brak rozwiązań

18. S

18.1.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

18.2.  $x = k\pi$  lub  $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

18.3.  $x = \frac{k\pi}{2}$  lub  $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

18.4.  $x = \frac{k\pi}{4}$  lub  $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

18.5.  $x = \frac{k\pi}{2}$

18.6.  $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{8} + 2k\pi$

18.7.  $x = \frac{k\pi}{2}$  lub  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$

18.8.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$

19. S

19.1.  $x \in [-\pi; 0] \cup [\pi; 2\pi]$

19.2. Sorry za trudne, poniosło mnie już tutaj

19.3.  $x = k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  lub  $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$

19.4.  $x = \pi + 2k\pi$  lub  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

## Ciągi

### Ciąg arytmetyczny

1.

1.1. Jest

1.2. Nie jest

1.3. Jest

1.4. Jest

1.5. Jest

1.6. Jest

1.7. Nie jest

1.8. Jest

2.

2.1.  $a_8 = 23, a_{13} = 38$

2.2.  $a_8 = \frac{1}{2}, a_{13} = 3$

2.3.  $a_8 = -5, a_{13} = -15$

2.4.  $a_8 = 10, a_{13} = 15$

2.5.  $a_8 = 23, a_{13} = 44\frac{2}{3}$

2.6.  $a_8 = 18, a_{13} = 14\frac{1}{4}$

3.

3.1.  $r = -1, a_1 = 10$

3.2.  $r = \frac{13}{3}, a_1 = -18\frac{1}{3}$

3.3.  $r = \frac{1}{2}, a_1 = 19$

3.4.  $r = 0, a_1 = 15$

3.5.  $r = 10, a_1 = 12$

3.6.  $r = -\frac{1}{4}, a_1 = 52,5$

4.

4.1.  $n = 42$

4.2.  $n = 66$

4.3.  $n = 94$

4.4.  $n = 647$

4.5.  $n = 11$

4.6.  $n = 15$

4.7.  $n = 6$

4.8.  $n = 8$

5. 6300

6. 5082

7. Parzyste 6160, nieparzyste 6080

8. Suma podzielnych przez 3: 2574, niepodzielnych: 5016

9.  $r = \frac{18}{11}$ , wystarczy je wypisać

10. 1665

11.  $S_{34} = 493$

12.  $a_1 = 13, n = 15$

13.  $\begin{cases} a_1 = 5 \\ r = 5 \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} a_1 = \frac{475}{11} \\ r = -\frac{50}{11} \end{cases}$

14.

14.1.  $(-7; -4; -1; 2) \text{ lub } (-2; 1; 4; 7) \text{ lub } \left(\frac{-9-\sqrt{65}}{2}; \frac{-3-\sqrt{65}}{2}; \frac{3-\sqrt{65}}{2}; \frac{9-\sqrt{65}}{2}\right) \text{ lub } \left(\frac{-9+\sqrt{65}}{2}; \frac{-3+\sqrt{65}}{2}; \frac{3+\sqrt{65}}{2}; \frac{9+\sqrt{65}}{2}\right)$

14.2.  $(-4; -6; -8; -10) \text{ lub } (10; 8; 6; 4) \text{ lub } (-10; -8; -6; -4) \text{ lub } (4; 6; 8; 10)$

14.3.  $(-2; -3; -4; -5) \text{ lub } (5; 4; 3; 2) \text{ lub } (-5; -4; -3; -2) \text{ lub } (2; 3; 4; 5)$

15.

15.1.  $\begin{cases} a_1 = -115 \\ r = 16 \end{cases}$

15.2.  $\begin{cases} a_1 = 21 \\ r = -3 \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} a_1 = 3 \\ r = 3 \end{cases}$

16.  $(9; 12; 15) \text{ lub } (15; 12; 9)$

17.  $x = -3$

18.  $t = 0 \text{ lub } t = 3$

19.  $y = 3$

20.  $r = 2, a_n = 2n - 1$

21.  $(a; b; c) = (15; 8; 1)$  drugie rozwiązanie to  $x = -\frac{1}{3}$

22.  $S_{st} = \frac{st+1}{2}$ , wskazówka: wyznacz  $a_1$  oraz różnicę ciągu w zależności od parametrów  $s, t$ .

23.  $S_{p+q} = -(p+q)$ , wskazówka: wyznacz  $a_1$  oraz różnicę ciągu w zależności od parametrów  $p, q$ .

24. S

24.1.  $a_n = 8n - 4$

24.2.  $a_n = -2n + 3$

24.3.  $a_n = 4n + 1$

25. Wskazówka: ciąg arytmetyczny to ciąg w którym różnica między dwoma kolejnymi wyrazami jest stała.

26. Wskazówka: jak wyżej.

27.  $a_4 = 11, n = 7$

28.  $a_n = 6n - 3$

29. Wskazówka: skoro  $(x, y, z)$  jest ciągiem arytmetycznym to różnica między wyrazami jest stała, dalej tak jak w 26. oraz 25.

## Ciąg geometryczny

1.

1.1.  $a_1 = \frac{1}{2}$

1.2.  $a_1 = 15$

1.3.  $a_1 = -9$

1.4.  $a_1 = \frac{7}{4}$

2.

2.1.  $q = \frac{1}{3}, \text{ lub } q = -\frac{1}{3}$

2.2.  $q = 2$

2.3.  $q = \frac{1}{4}, \text{ lub } q = -\frac{1}{4}$

2.4.  $q = \frac{6}{5}$

3.

3.1.  $n = 8$

3.2.  $n = 4$

3.3.  $n = 9$

3.4.  $n = 12$

4.

4.1.  $a_n = \frac{7}{2} * 4^{n-1}$

- 4.2.  $a_n = 4 * 3^{n-1}$
- 4.3.  $a_n = \frac{1}{2} * 2^{n-1}$ , lub  $a_n = \frac{1}{2} * (-2)^{n-1}$
- 4.4.  $a_n = 5 * 4^{n-1}$ , lub  $a_n = 5 * (-4)^{n-1}$ , lub  $a_n = 1280 * \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ , lub  $a_n = 1280 * \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$
5. Wskazówka: wykaż że iloraz dwóch kolejnych wyrazów jest stały.
- 6.
- 6.1.  $a_1 = 8, a_n = 2048$
- 6.2.  $n = 6, a_2 = 5$
- 6.3.  $n = 8, a_n = 8748$
- 6.4.  $n = 7, a_3 = 18, q = 3$
7.  $\frac{2}{9}, \frac{4}{81}, \frac{8}{729}$  lub  $-\frac{2}{9}, \frac{4}{81}, -\frac{8}{729}$
8. 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, lub -6, 12, -24, 48, -96, 192, -384, 768, -1536
9.  $a_n = 7 * 3^8 * \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 7 * \left(\frac{1}{3}\right)^{n-9}$
10.  $a_1 = 1, a_{sr} = 16, a_{ost} = 256$
11. (8, 16, 32, 64, 128), lub (128, 64, 32, 16, 8), lub  $\left(\frac{248}{11}, -\frac{496}{11}, \frac{992}{11}, -\frac{1984}{11}, \frac{3968}{11}\right)$ , lub  $\left(\frac{3968}{11}, -\frac{1984}{11}, \frac{992}{11}, -\frac{496}{11}, \frac{248}{11}\right)$
12. (6, 12, 24), lub (24, 12, 6)
13. (3, 6, 12, 24)
14. (81, 27, 9, 3, 1)
15.  $a_n = 3^{n-1}$ , lub  $a_n = 9 * \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$
16. Należy do każdej z nich dodać 2.
17.  $\left(\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27, 81\right)$
18. Wskazówka: zarówno wyrazy parzyste jak i wyrazy nieparzyste tworzą ciąg geometryczny.
19. Wskazówka: wyznacz iloraz ciągu ( $b_n$ ).
20. Wskazówka: jak w 19.
21. Wskazówka: skoro  $(x, y, z, w)$  – ciąg geometryczny to można przyjąć, że  $y = xq, z = xq^2, w = xq^3$ .
22. Wskazówka: ciąg  $(a, b, c)$  jest ciągiem geometrycznym, gdy  $b^2 = a * c$ .

## Ciąg arytmetyczny i geometryczny

1.  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$ , lub  $\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$
2.  $(-2, 3, 8)$  lub  $\left(\frac{39}{8}, \frac{24}{8}, \frac{9}{8}\right)$
3.  $\begin{cases} x = 7 \\ y = 11 \\ z = 15 \end{cases}$ , lub  $\begin{cases} x = 22 \\ y = 11 \\ z = 0 \end{cases}$
4. Jeśli wyrazy są różne, to suma arytmetycznego jest większa.
5.  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ , lub  $\begin{cases} x = -49 \\ y = -21 \end{cases}$
6. Te liczby to (7, 7, 7), lub (3, 6, 12)
7. Te liczby to (2, 5, 8), lub (26, 5, -16)
8. Te liczby to  $\left(\frac{73}{3}, \frac{73}{3}, \frac{73}{3}\right)$ , lub (1, 8, 64)
9. Te liczby to (1, 2, 3), lub (-2, 2, 6)
10. Liczby  $(x, y, z)$  to (2, 5, 8), lub (8, 5, 2)
11. (2, 2, 2) i (2, 2, 2) lub (2, -1, -4) i (-1, 2, -4)
12. Liczby  $(a, b, c)$  to  $(8 - 4\sqrt{2}, 8, 8 + 4\sqrt{2})$  lub  $(8 + 4\sqrt{2}, 8, 8 - 4\sqrt{2})$

13. Te liczby to  $(4, 8, 16)$ . *lub*  $(16, 8, 4)$   
 14. Te liczby to  $(4, 12, 36)$ , *lub*  $\left(\frac{4}{9}, -\frac{20}{9}, \frac{100}{9}\right)$   
 15. Te liczby to  $(2, 4, 8, 12)$ , *lub*  $\left(\frac{25}{2}, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$   
 16. Ciąg arytmetyczny tworzą liczby  $(24, 15, 6)$ , *lub*  $(9, 15, 24)$

## Granica ciągów

1.

- |                     |                |                             |
|---------------------|----------------|-----------------------------|
| 1.1. $\frac{2}{3}$  | 1.7. $+\infty$ | 1.15. 1                     |
| 1.2. $\frac{1}{3}$  | 1.8. $+\infty$ | 1.16. 1                     |
| 1.3. $-\frac{1}{3}$ | 1.9. 2         | 1.17. 0                     |
| 1.4. 4              | 1.10. 1        | 1.18. $\frac{3}{2}$         |
| 1.5. $\frac{8}{27}$ | 1.11. 0        | 1.19. $+\infty$             |
| 1.6. 0              | 1.12. 0        | 1.20. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ |
|                     | 1.13. 1        | 1.21. -1                    |
|                     | 1.14. -1       |                             |

2.

- |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 2.1. $\frac{13}{3}$ | 2.3. $\frac{4}{3}$  | 2.5. $\frac{73}{6}$ |
| 2.2. 2              | 2.4. $\frac{1}{24}$ | 2.6. $\frac{37}{9}$ |

3.

- |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 3.1. $\frac{1}{4}$ | 3.2. $\frac{1}{2}$ | 3.3. $\frac{9}{8}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|

## Szereg geometryczny